

SÉRIE A, N° 3069

N° D'ORDRE :

3941

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LOUP VERLET

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU MODÈLE OPTIQUE DU NOYAU.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 juin 1957 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE....	<i>Président.</i>
Y. ROCARD.....	} <i>Examineurs.</i>
M. LEVY	

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1959

SÉRIE A, N° 3069

N° D'ORDRE :

3941

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LOUP VERLET

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU MODÈLE OPTIQUE DU NOYAU.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 juin 1957 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE... . *Président.*

Y. ROCARD..... } *Examineurs.*
M. LÉVY..... }



PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1959

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen J. PÉRÈS.

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	GALLIEN	T	Embryologie.
FOCH	T	Mécanique physique et expérimentale.	KICHHOFF	T	Biologie végétale (P.C.B.).
PAUTHENIER	T	Electrotechnique génér.	DE CUGNAC	T	Biologie végétale (P.C.B.).
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	M ^{lle} CAUCHOIS	T	Chimie physique.
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	THIELLER	T	Physique du Globe.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	AUDUBERT	T	Electrochimie.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	L'HÉRITIER	T	Génétique.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	GRIVET	T	Radioélectricité.
M. CURIE	T	Physique (P.C.B.).	PONCIN	T	Mécanique des fluides.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	THIERY	T	Mécanique appliquée.
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
J. BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	QUELET	T	Chimie organique.
PLANTEFOL	T	Botanique.	CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
GRASSÉ	T	Evolution des êtres organisés.	CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	CEVILLIER	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	JUNG	T	Pédrographie.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique.
WYART	T	Minéralogie.	WIEMANN	T	Chimie organique et structurale.
TEISSIER	T	Zoologie.	JACQUINOT	T	Spectroscopie et Physique céleste.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	VASSY		Physique de l'atmosphère.
P. AUGER	T	Physique quantique et Relativité.	DESTOUCHES		Théories physiques.
MONNIER	T	Physiologie des fonctions.	M. PRUVOST	T	Géologie.
PIVETEAU	T	Géologie.	AMIEL	T	Chimie (P.C.B.).
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).	HOCART	T	Minéralogie.
H. CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).	J.-P. MATHIEU	T	Physique (P.C.B.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.	COUTEAUX	T	Biologie animale (P.C.B.).
FAVARD	T	Mécanique générale.	MAY	T	Biologie animale (P.C.B.).
COULOMB	T	Physique du Globe.	CHOQUET	T	Calcul diff. et intégral.
M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (P.C.B.).	FELDMANN		Biologie (P.C.B.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.	GUINIER	T	Physique (P.C.B.).
P. DRACH	T	Zoologie.	JOST	T	Biologie (P.C.B.).
KASTLER	T	Physique.	FORTET	T	Calcul des probabilités.
EPHROSSI	T	Génétique.	SCHWARTZ	T	Méthodes mathématiques de la Physique.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.	CHOUARD	T	Physiologie végétale.
RIVIÈRE	T	Géologie (S.P.C.N.).	MALAVARD	T	Aviation.
GAUTHIERET	T	Biologie végétale (P.C.B.).	BRELOT	T	Calcul différentiel.
LUCAS	T	Recherches physiques.	NORMANT	T	Chimie (P.C.B.).
A. THOMAS	T	Biologie cellulaire.	BÉNARD	T	Chimie (P.C.B.).
ARNULF	T	Optique appliquée.	BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
M. MORAND	T	Physique.	DUGUÉ	T	Statistiques mathématiques.
SOLEILLET	T	Physique.	GELOSO	T	Chimie (S.P.C.N.).
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.	SOULIRAC	T	Psychophysologie.
DANJON	T	Astronomie.	URICH	T	Physiologie végétale.
FROMAGEOT	T	Chimie biologique.	MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
LAPORTE	T	Physique générale et Radioactivité.	KIRRMANN	T	Théories chimiques.
JANET	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	CHADEFAUD		Botanique.
PETIT	T	Biologie maritime.	DESTRAUC	T	Physique (M.P.C.).
			M ^{lle} LE BRETON		Physiologie générale.
			SALEM	T	Mathématiques générales.
			LELONG	T	Mathématiques générales.

PROFESSEURS (suite).

DEVILLERS		Anatomie et Histologie comparées.	SOUCHAY		Chimie (P.C.B.).
EHRESMANN	T	Topologie algébrique.	AIGRAIN		Physique (P.C.B.).
FRANÇON		Physique (M.P.C.).	ERUSSET		Chimie (P.C.B.).
GLANGEAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique	M. LÉVY		Physique théorique.
GODEMENT	T	Mathématiques (M.P.C.).	LENORMANT		Physiologie.
PISOT	T	Calcul des probabilités.	M ^{me} CHAIX		Chimie biologique.
E. ROCHE		Géologie.	M ^{me} HUREL-PY ..		Biologie végétale (P.C.B.)
SCHATZMANN		Astrophysique.	PIAUX		Chimie (P.C.B.).
TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.	BRUN		Mécanique expérimentale des fluides.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.	LEDERER		Chimie biologique.
JOLIOT	T	Physique nucléaire et Radioactivité.	M ^{me} DUBREIL		Mathématiques.
LENNUIER		Physique (P.C.B.).	M ^{me} LELONG		Mathématiques (E.N.S.).
RUZET		Génétique.	BELLAIR		Géologie (S.P.C.N.).
M ^{me} TONNELAT		Théories physiques.	COTTE	T	Physique (M.P.C.).
DIXMIER		Mathématiques (M.P.C.).	J.-E. DUBOIS		Chimie (M.P.C.).
			LAMOTTE		Zoologie
			LE ROLLAND		Mécanique des fluides.
			MICHEL		Chimie (P.C.B.).

Secrétaire Général Ch. MONIER.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551513_0103

AVANT-PROPOS

Toute ma gratitude va aux membres des groupes si vivants au sein desquels ce travail a été entrepris. Je suis très reconnaissant à M. le Professeur Weisskopf qui m'accueillit au « Massachusetts Institute of Technology », où j'ai pu m'initier à la Physique Nucléaire, et à M. le Professeur Rocard, Directeur du Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, qui m'a permis de venir retrouver l'équipe de Physique Théorique qu'anime M. le Professeur Maurice Lévy. Fondateur de ce groupe, M. Lévy m'a toujours prodigué conseils et encouragements et je lui dois beaucoup.

Je remercie tout spécialement le Docteur A. M. Lane qui m'a patiemment guidé au début de ce travail, le dernier chapitre étant le fruit de notre collaboration et B. Jancovici avec lequel j'ai eu des discussions nombreuses et éclairantes. Mme C. Movchet, qui a effectué une partie des calculs numériques, et Mlle O. Cauvin ont réussi à déchiffrer mon écriture et à assurer l'édition de ce travail. Je leur en suis très reconnaissant.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU MODÈLE OPTIQUE DU NOYAU ⁽¹⁾

Par LOUP VERLET

SOMMAIRE

INTRODUCTION.

CHAPITRE PREMIER. — *Le modèle optique des réactions nucléaires.*

CHAPITRE II. — *Déduction formelle du modèle optique en théorie des perturbations.*

CHAPITRE III. — *Les fonctions d'onde et les potentiels utilisés.*

CHAPITRE IV. — *Calcul du potentiel optique dans les deux premières approximations de Born.*

CHAPITRE V. — *Résultats numériques.*

CHAPITRE VI. — *Cohérence de la méthode et rôle du principe de Pauli.*

CONCLUSION.

BIBLIOGRAPHIE.

(¹) Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences physiques et soutenue le 18 juin 1957 devant la Commission d'examen.

RÉSUMÉ

Le problème des réactions nucléaires induites par les nucléons paraît, puisqu'un grand nombre de particules entre en jeu, d'une complication inextricable. Il devient beaucoup plus simple si l'on peut schématiser l'interaction du nucléon incident avec la matière nucléaire par un potentiel qui représente l'effet moyen de tous les nucléons du noyau-cible. Cette représentation approchée, qui est suggérée par le succès du modèle des couches, constitue le modèle optique des réactions nucléaires. L'interprétation du potentiel optique est claire : sa partie réelle explique les figures de diffraction observées dans la diffusion élastique, sa partie imaginaire rend compte de l'absorption (chap. premier).

La validité du modèle optique est prouvée si les sections efficaces calculées grâce à ce modèle sont égales à celles qu'on pourrait calculer à partir du hamiltonien exact et si on parvient à relier les paramètres du potentiel optique aux interactions nucléon-nucléon qui entrent dans le hamiltonien. C'est ce problème que nous avons étudié dans le chapitre II. Nous avons calculé le potentiel optique en considérant l'interaction entre le nucléon incident et les particules de la cible comme une petite perturbation. L'antisymétrisation complète de la fonction d'onde du système pose des problèmes que nous avons discutés. Le calcul du potentiel optique se simplifie beaucoup quand on décrit le noyau-cible par un gaz de Fermi infini et que les particules sont soumises, dans les états intermédiaires, à un potentiel qui ne dépend pas de leur énergie. On a des raisons de penser que les erreurs introduites par ces deux approximations se compensent.

Nous avons, aux chapitres III, IV et V utilisé l'expression du potentiel optique obtenue par la théorie des perturbations en incluant les termes du second ordre dans l'interaction nucléon-nucléon. Nous avons approché cette interaction par des potentiels centraux réguliers qui rendent compte aussi bien que possible des données aux basses énergies mais avec lesquels, on obtient, à haute énergie, des valeurs beaucoup trop petites pour les sections efficaces de diffusion. Nous avons prouvé qu'il était possible d'ajuster les états impairs de ces potentiels, états qui ne sont pas fixés par les expériences de basse énergie, de manière à décrire correctement le potentiel réel jusque vers 200 MeV et le potentiel imaginaire dans un domaine d'énergie plus restreint. On peut même dans le cas du potentiel gaussien rendre compte du potentiel imaginaire à haute énergie et de l'énergie de volume à la densité normale.

Dans le chapitre VI, nous avons étudié la convergence de la série de perturbations. Le principe de Pauli est essentiel pour assurer cette convergence qui paraît bonne.

CHAPITRE PREMIER

Le modèle optique des réactions nucléaires.

Les divers modes des réactions.

Les neutrons ⁽¹⁾ sont à l'origine de réactions nucléaires très variées. Ces réactions peuvent, quand l'énergie du neutron incident est supérieure à quelques MeV, se diviser en deux classes : celles qui laissent le noyau bombardé dans son état de base et celles qui conduisent à une excitation nucléaire. Si le noyau-cible n'est pas excité le neutron le quitte sans changement d'énergie ; on dit qu'il y a diffusion élastique. Si le noyau cible a été excité, le neutron incident change d'état. Il peut être réémis avec une énergie inférieure à l'énergie initiale (diffusion inélastique) ; il peut être capturé avec émission d'un rayon γ ; il peut aussi être la cause d'une réaction nucléaire compliquée (fission, évaporation). Quoi qu'il en soit, le neutron a quitté la voie d'entrée. Nous dirons qu'il a été absorbé.

Le but du modèle optique est de décrire la diffusion élastique et l'absorption en schématisant l'interaction du neutron incident avec les particules du noyau-cible par un simple potentiel. Ce potentiel est l'analogue de l'indice de réfraction introduit en optique. Comme en optique, la partie réelle permet la diffusion élastique, la partie imaginaire est nécessaire pour expliquer l'absorption.

A très basse énergie, dans la région où les résonances du noyau composé sont séparées, une complication intervient, sur laquelle nous n'insisterons pas ici : le neutron peut avoir quitté la voie d'entrée pour participer aux mouvements très complexes qui caractérisent le noyau composé, sortir du noyau avec son énergie initiale. A haute énergie, la réémission dans la voie d'entrée d'un neutron qui a participé à la formation du noyau composé est très improbable, parce que le nombre de voies ouvertes est très grand. Dans la région des résonances séparées, au contraire, les voies ouvertes sont peu nombreuses ; le retour du neutron dans la voie d'entrée est possible.

Nous considérerons tout au long de ce travail que le nombre de voies ouvertes est grand.

(1) Dans ce travail, nous nous limiterons aux réactions nucléaires, déclenchées par des neutrons. L'extension au cas des protons se fait sans difficultés.

Le modèle optique des réactions nucléaires.

Le modèle optique est défini quand on s'est donné l'interaction du neutron avec le noyau dans son ensemble. Cette interaction est en général non hermitienne et non locale. La manipulation d'une interaction non locale est malaisée. Il est donc préférable d'introduire l'interaction qui caractérise le modèle optique sous la forme d'un potentiel local complexe $\mathcal{V}(r_N)$ qui dépend de l'énergie du neutron incident.

Connaissant ce potentiel, on peut calculer la section efficace élastique σ_{el} et la section efficace d'absorption σ_{ab} en résolvant l'équation de Schrödinger :

$$[T_N + \mathcal{V}(r_N)]u(\vec{r}_N) = E_N u(\vec{r}_N) \quad (1)$$

où E_N est l'énergie du neutron incident et T_N l'opérateur d'énergie cinétique. Cette solution se réduit en l'absence d'interaction à une onde plane incidente $v(r_N)$. Définissons la matrice de diffusion T telle que :

$$(v_N, T v_N) = (v_N, \mathcal{V} u_N). \quad (2)$$

Les sections efficaces de diffusion élastique et d'absorption sont données par (32) :

$$\sigma_{el} = \frac{(2\pi)}{c_N} (v_N, T^* \delta(E_N - T_N) T v_N). \quad (3)$$

$$\sigma_{ab} = -\frac{2}{c_N} \text{Im}(u_N, \mathcal{V} u_N). \quad (4)$$

c_N représente la vitesse du neutron incident. Les fonctions d'onde sont normalisées dans un volume unité.

Le modèle optique des réactions nucléaires a été introduit dès 1935 par divers auteurs (3) (4) (26) (48). Mais il a été bientôt abandonné au profit de la théorie du noyau composé introduite un an plus tard par Bohr (10). Les potentiels qui avaient été introduits en 1935 n'avaient pas de partie absorbante ; ils ne pouvaient pas rendre compte des grandes sections efficaces de captures montrées par l'expérience. D'autre part, les nombreuses résonances étroites observées dans le domaine des très basses énergies, le seul connu à cette époque, ne pouvaient sortir de ce modèle. Mais quand on a utilisé des faisceaux de neutrons possédant une bande d'énergie suffisamment large pour recouvrir plusieurs résonances (2) l'utilité du modèle optique est réapparue : Weisskopf et ses collaborateurs (29) ont interprété les expériences de Barshall (2) à l'aide d'un potentiel complexe. Nous exposerons au chapitre suivant les détails de cette interprétation. Entre temps le modèle optique s'était imposé dans l'étude de la diffusion aux hautes énergies qui présentent des figures de diffraction tout à fait remarquables (27).

Les caractéristiques du potentiel optique.

a) LA DÉPENDANCE RADIALE DU POTENTIEL. — Il est naturel de penser que la partie réelle du potentiel aura à peu de chose près la même forme radiale que la densité de matière nucléaire ; la première expression qui vient à l'esprit pour le potentiel moyen subi par un neutron situé en r_N est, en l'absence d'échange :

$$\operatorname{Re} \mathcal{V}(\vec{r}_N) = \int \rho(\vec{r}) V(\vec{r} - \vec{r}_N) d^3r \quad (5)$$

où $V(\vec{r} - \vec{r}_N)$ est le potentiel nucléon-nucléon et $\rho(r)$ la densité de matière nucléaire. Si les forces nucléaires étaient à portée nulle, la forme radiale du potentiel telle qu'elle est donnée par cette formule coïnciderait avec celle de la distribution de masse. A cause de la portée finie des forces, la forme radiale du potentiel réel peut être différente de la distribution de masse dans une région située à la périphérie du noyau et d'épaisseur de 1 à 2 Fermis (1), et on s'attend d'après (5) à ce que le potentiel s'étende en dehors de la distribution de masse. De fait, les expériences faites avec les électrons de hautes énergies et qui mesurent la distribution de charge (qu'on suppose généralement coïncider avec la distribution de masse) donnent des rayons nucléaires de $1,2 A^{1/3}$ Fermis (35), alors que l'ensemble des expériences de diffusion nucléaire, résumées dans l'article de Hofstadter que nous venons de citer, fournit un rayon nettement plus grand, de l'ordre de $1,35 A^{1/3}$ Fermis ; ceci prouve que le potentiel réel s'étend au-delà de la distribution de masse.

Quand on s'écarte de la surface du noyau, on s'attend à trouver un potentiel moyen constant. Il faut, pour analyser les résultats expérimentaux postuler pour la dépendance radiale du potentiel aux environs de la surface nucléaire une forme analytique raisonnable. Pour qu'on puisse parler sans ambiguïté de « matière nucléaire » dont la valeur du potentiel réel en dehors de la région superficielle serait une caractéristique, il est nécessaire que la valeur obtenue pour cette quantité dépende peu des hypothèses concernant le bord du noyau. Il semble bien que ce soit le cas et qu'il y ait bon accord entre les diverses analyses (19) (44) (52). Il convient seulement de remarquer que le puits carré utilisé dans les premières analyses (29) conduit, spécialement à basse énergie, à des résultats exceptionnels (notamment un coefficient d'absorption très faible). Ceci est dû au fait que ses bords raides sont beaucoup plus réfléchissants que les bords arrondis généralement uti-

(1) Le Fermi, unité non officielle mais largement répandue, est égal à 10^{-13} cm.

lisés dans les analyses plus récentes. Les résultats expérimentaux ne jettent pas encore beaucoup de lumière sur la forme radiale du potentiel imaginaire. Ils ne sont pas incompatibles avec un potentiel imaginaire entièrement concentré à la surface du noyau (7) mais il est supposé ici que la forme radiale du potentiel imaginaire coïncide avec celle du potentiel réel ce qui amène à considérer la valeur du potentiel imaginaire bien à l'intérieur du noyau comme une des caractéristiques de la matière nucléaire.

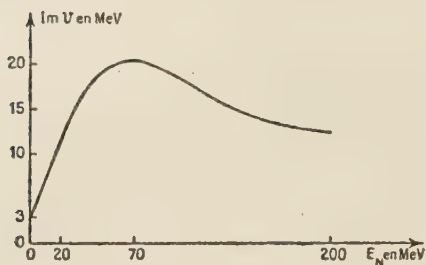


Fig. 1.

Partie imaginaire du potentiel.

trons de très basse énergie est de l'ordre de -45 MeV. Il diminue rapidement en valeur absolue quand l'énergie de bombardement E_N croît. Cette dépendance, à peu près linéaire, est approximativement de la forme $(0,6 E_N - 45)$ MeV. Quand E_N dépasse 30 MeV, le potentiel change moins rapidement avec l'énergie. Il est de l'ordre de -20 MeV à 100 MeV. Il existe quelque incertitude sur la valeur de $\text{Re } V$ à plus haute énergie. Nous avons admis que le potentiel est constant entre 100 et 200 MeV. Il n'est pas impossible que sa valeur absolue à 200 MeV soit inférieure à 20 MeV.

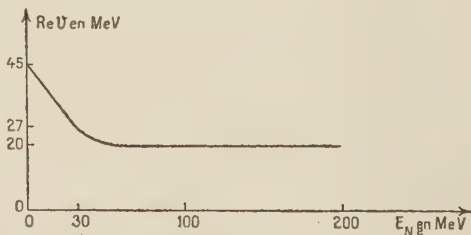


Fig. 2. — Partie réelle du potentiel.

Si on introduit une force spin-orbite capable d'expliquer la polarisation — ce que nous n'avons pas fait dans ce travail — la partie réelle du potentiel s'annule vers 300 MeV (28).

La valeur du potentiel imaginaire est de l'ordre de 3 MeV à l'énergie 0 ; elle croît très rapidement et atteint la valeur de 15 MeV pour $E_N = 32$ MeV puis plafonne à 20 MeV pour $E_N \sim 70$ MeV et décroît régulièrement jusqu'à la valeur de 12 MeV à $E_N \sim 200$ MeV (fig. 1 et 2).

CHAPITRE II

Dédution du modèle optique
en théorie des perturbations.*Position du problème.*

Nous avons vu, dans les chapitres précédents, qu'on pouvait reproduire les sections efficaces de diffusion élastique et d'absorption pour les neutrons par un potentiel complexe remplaçant l'interaction véritable du nucléon au sein de la matière nucléaire. Si l'on veut aller au-delà d'une description phénoménologique, il est nécessaire de pouvoir prévoir les caractéristiques de ce potentiel complexe à partir des interactions fondamentales nucléon-nucléon : c'est l'objet de ce chapitre et des suivants.

Nous étudions la diffusion d'un neutron d'énergie E_N dont la fonction d'onde, quand il n'y a pas d'interaction, obéit à l'équation :

$$T_N \psi_N = E_N \psi_N \quad (1)$$

par un noyau de A particules dans son état de base désigné par l'indice 0 (les états excités, supposés non dégénérés, seront désignés par l'indice s). L'équation de Schrödinger pour ce noyau s'écrit :

$$H_A \psi_0(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) = E_0 \psi_0(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) \quad (2)$$

où H_A contient les opérateurs d'énergie cinétique et l'énergie d'interaction mutuelle des A nucléons qui composent le noyau-cible. Si nous supposons que l'interaction nucléon-nucléon se réduit à un potentiel à deux corps, l'énergie d'interaction du neutron incident avec le noyau est :

$$V = \sum_{i=1}^{i=A} V_{iN} \quad (3)$$

où V_{iN} est le potentiel qui agit entre le $i^{\text{ème}}$ nucléon du noyau-cible et le neutron incident.

La fonction d'onde Φ du système des $A + 1$ nucléons obéit à l'équation de Schrödinger :

$$H\Phi = E\Phi \quad (4)$$

avec :

$$H = H_A + T_N + V \quad (5)$$

et :

$$E = E_0 + E_N. \quad (6)$$

Notre problème est de chercher l'équation à laquelle obéit la fonction d'onde du neutron quand on impose au noyau-cible de rester dans son état de base, c'est-à-dire l'équation d'onde correspondant à la fonction $(\psi_s, \Phi) = u_N(\vec{r}_N)$. On a ainsi la fonction d'onde qui représente la diffusion élastique. Seule intervient maintenant la coordonnée du neutron et $u_N(\vec{r}_N)$ obéit à une équation de Schrödinger :

$$[T_N + \mathcal{V}(\vec{r}_N)]u_N(\vec{r}_N) = E_N u_N(\vec{r}_N)$$

où $\mathcal{V}(\vec{r}_N)$ sera déterminé en fonction de V_N et sera en général complexe et dépendant de E_N .

Afin de situer le problème et d'établir les formules que nous utiliserons pour le calcul explicite (chap. III, IV, V et VI), nous calculerons le potentiel optique par la théorie des perturbations, d'abord en négligeant l'antisymétrie de la fonction d'onde totale relativement au neutron incident (2 —), puis en l'incluant (3 —).

Le potentiel optique en théorie des perturbations.

Nous résoudrons le problème de diffusion grâce à la méthode dite de l'onde distordue ((46).

Ecrivons, en négligeant l'antisymétrie :

$$\Phi = \sum_s a_s(\vec{r}_N) \psi_s(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) \quad (8)$$

et nous nous intéressons à l'équation pour :

$$(\psi_0, \Phi) = a_0(\vec{r}_N) = u_N(\vec{r}_N). \quad (9)$$

En introduisant la fonction d'onde (8) dans l'équation d'onde (4), en multipliant à gauche ψ_s^* et en intégrant sur les coordonnées du noyau-cible, on a :

$$(E_s + T_N - E + V_{ss})a_s(\vec{r}_N) = - \sum_{s'} V_{ss'} a_{s'}(\vec{r}_N) \quad (10)$$

où :

$$V_{ss'} = A \int \psi_s^*(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) V(\vec{r}_N, \vec{r}_1) \psi_{s'}(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) d\tau_A \quad (11)$$

dans une première approximation, obtenue en négligeant le second membre de (10), $u_N(\vec{r}_N)$ obéit à l'équation :

$$(T_N + V_{00})u_N(\vec{r}_N) = E_N u_N(\vec{r}_N). \quad (12)$$

Dans cette première approximation, le potentiel optique est simplement donné par :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}^{(0)}(r_N) &= V_{00} \\ &= A \int |\psi_0(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A)|^2 V(\vec{r}_1, \vec{r}_N) d\tau_A \\ &= \int \rho(\vec{r}_1) V(\vec{r}_1, \vec{r}_N) d^3 r_1\end{aligned}\quad (13)$$

où :

$$\rho(\vec{r}_1) = A \int |\psi_0(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_N)|^2 d^3 r_2 \dots d^3 r_N \quad (14)$$

représente la densité de matière nucléaire.

On voit que le potentiel optique obtenu en première approximation est purement réel. Son expression est celle, classique, du potentiel de Hartree, elle est identique avec la formule que nous avons donnée *a priori* au chapitre premier (1.5).

Pour améliorer cette approximation, il faut tenir compte des termes correspondants au passage de la particule incidente dans un état intermédiaire avec excitation simultanée du noyau-cible. Dans l'étude intermédiaire, la particule se meut dans le potentiel moyen V_N du noyau-cible excité.

Cette approximation nous amène à résoudre le système d'équations :

$$\left. \begin{aligned}(E_0 + T_N - E + V_{00})a_0 + \sum V_{0s}a_s &= 0 \\ (E_s + T_N - E + V_{ss})a_s + V_{s0}a_0 &= 0\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

En éliminant a_s , on obtient une équation pour a_0 et le potentiel optique correct au second ordre en V . La correction du deuxième ordre au potentiel optique s'écrit :

$$\mathcal{V}^{(2)} = \sum_s V_{0s} \frac{1}{E - E_s - T_N - V_{ss}} V_{s0}. \quad (16)$$

On se rappellera que $E = E_0 + E_N$ où E_N , énergie du neutron incident, doit contenir une partie imaginaire positive pour que les fonctions de Green de la théorie des perturbations correspondent à des ondes incidentes planes.

Nous allons approcher tous les V_N par une valeur commune $\mathcal{V}_0$, ce qui revient à négliger des termes d'ordres plus élevés quand on fait un développement en approximations successives en fonction de l'interaction nucléaire.

L'introduction des états propres de :

$$(T_N + \mathcal{V}_0) |N'\rangle = E_{N'} |N'\rangle \quad (17)$$

nous permet d'expliciter davantage l'expression (16) :

$$\mathcal{V}^{(2)} = \sum_s \sum_{N'} V_{0s} |N'\rangle \frac{1}{E_0 + E_N + i\varepsilon - E_{N'} - E} \langle N' | V_{s0}. \quad (18)$$

En particulier, nous pouvons tirer la première contribution non nulle à la partie imaginaire du potentiel :

$$\text{Im} \mathcal{V}^{(2)} = \pi \sum_s \sum_{N'} |V_{0s}|^2 |N' \rangle \delta(E_0 + E_N - E_{N'} - E_s) \langle N' |. \quad (19)$$

Inclusion de l'antisymétrie.

Nous allons maintenant antisymétriser la fonction Φ en l'écrivant :

$$\Phi = \sum_s \sum_{i=0}^{i=A} (-1)^i a_s(\vec{r}_i) \psi_s(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_{i-1}, \vec{r}_N, \vec{r}_{i+1} \dots \vec{r}_A) \quad (20)$$

où l'indice 0 correspond à la fonction $a_s(\vec{r}_N) \psi_s(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A)$ et les indices $1 \dots A$ à la même fonction où r_N et $r_1 \dots r_A$ sont respectivement échangés.

Comme plus haut, nous nous intéressons à :

$$\left. \begin{aligned} (\psi_0, \Phi) &= a_0(\vec{r}_N) - A \sum_s \int O_{0s}(\vec{r}_1, \vec{r}_N) a_s(\vec{r}_1) d^3 r_1 \\ &= u_N(\vec{r}_N) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

où, en tenant compte de l'antisymétrie des ψ dans les A particules du noyau-cible, on a posé :

$$O_{ss'}(\vec{r}_1, \vec{r}_N) = \int \psi_s^*(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) \psi_{s'}(\vec{r}_N, \vec{r}_2 \dots \vec{r}_A) d^3 r_2 \dots d^3 r_A. \quad (22)$$

Nous procéderons comme au paragraphe 2 en introduisant Φ dans l'équation d'onde (4), en multipliant à gauche par ψ_s et en intégrant sur $r_1 \dots r_A$. Nous obtenons l'équation :

$$\left. \begin{aligned} (E_s - E) [a_s(\vec{r}_N) - A \sum_{s'} \int O_{ss'}(\vec{r}_1, \vec{r}_N) a_{s'}(\vec{r}_1) d^3 r_1] \\ + T_N [a_s(\vec{r}_N) - A \sum_{s'} \int O_{ss'}(\vec{r}_1, \vec{r}_N) a_{s'}(\vec{r}_1) d^3 r_1] \\ + A \sum_{s'} \int \psi_s^*(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) V(\vec{r}_1, \vec{r}_N) \psi_{s'}(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) a_{s'}(\vec{r}_N) d^3 r_1 \dots d^3 r_A \\ - A \sum_{s'} \int V(\vec{r}_1, \vec{r}_N) O_{s's}(\vec{r}_1, \vec{r}_N) a_{s'}(\vec{r}_1) d^3 r_1 \\ - A(A-1) \sum_{s'} \int \psi_s^*(\vec{r}_1 \vec{r}_2 \dots \vec{r}_A) \\ \psi_{s'}(\vec{r}_N, \vec{r}_2 \dots \vec{r}_A) V(\vec{r}_2, \vec{r}_N) a_{s'}(\vec{r}_1) d^3 r_1 \dots d^3 r_A \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

On voit, en considérant cette expression, que, dans le cas général, même en première approximation, la quantité (ψ_0, Φ) n'obéit pas à une

équation simple, car les termes provenant d'échange dans la cible et faisant intervenir explicitement les fonctions d'ondes du noyau-cible ne peuvent être négligés. Cette difficulté, bien mise en évidence par Takeda et Watson (51) a été passée sous silence par Brueckner (15) dans un travail où il utilise, comme fonction d'onde pour le noyau-cible dans son état de base, un gaz de Fermi de température non nulle. Cette fonction d'onde n'est pas orthogonale à celle du neutron incident, et il n'y a pas de raison pour que les termes d'échange que nous venons d'écrire soient négligeables. Nous ferons par la suite l'hypothèse d'un noyau infini sans corrélations autres que celles qui sont dues au principe de Pauli. Ceci nous impose de représenter le noyau par un gaz de Fermi. La fonction d'onde du neutron en mouvement dans le milieu nucléaire infini est orthogonale à la fonction d'onde représentant le noyau-cible. La formule (23) est alors grandement simplifiée : le deuxième terme de chacun des crochets, ainsi que le troisième terme en V disparaissent, et on peut procéder à l'élimination de a_s , comme au paragraphe 2.

Dans la première approximation, où l'on néglige les transitions en dehors de l'état de base, l'équation d'onde pour $a_0 = (\psi_0, \Phi)$ peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} & [E_0 - E + T_N + \int \rho(\vec{r}_1) V(\vec{r}_1 - \vec{r}_N) d^3 r_1 \\ & - \int \rho(\vec{r}_1, \vec{r}_N) a_0^{-1}(\vec{r}_N) V(\vec{r}_1 - \vec{r}_N) a_0(\vec{r}_1) d^3 r_1] a_0(\vec{r}_N) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

où $\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_N)$ est la fonction de densité mixte égale, avec les notations précédentes, à $AO_{00}(\vec{r}_1, \vec{r}_N)$ et où $\rho(\vec{r}_1)$, densité de matière nucléaire, a été introduite au paragraphe précédent.

L'introduction de l'antisymétrie transforme l'équation différentielle du paragraphe 2 (eq. (12)) en une équation intégrale différentielle, ce qui revient à dire que le potentiel complexe calculé au premier ordre est maintenant non local. Mais nous nous limitons, nous l'avons dit, à l'étude de la matière nucléaire indéfinie. Nous savons que la dépendance de a_0 en $\vec{r}_N$ est de la forme $e^{i\vec{k}_N \cdot \vec{r}_N}$, ce qui nous permet d'écrire le terme d'échange comme fonction (constante) de $\vec{r}_N$ et fonction de $\vec{k}_N$, c'est-à-dire de l'énergie du neutron incident.

Cette remarque nous permet de réécrire (23) en posant :

$$A \int \dot{O}_{s's} V(\vec{r}_1, \vec{r}_N) a_{s'}(\vec{r}_1) d^3 r_1 = (\Delta V)_{ss'} a_{s'}(\vec{r}_N) \quad (25)$$

sous la forme :

$$\begin{aligned} & (E_s - E + T_N + (V - \Delta V)_{ss}) a_s(\vec{r}_N) \\ & + \sum_{s'} (V - \Delta V)_{ss'} a_{s'}(\vec{r}_N). \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant procéder à l'élimination de a , comme au paragraphe précédent : on obtient la correction du deuxième ordre au potentiel :

$$\mathcal{V}^{(2)} = \sum_s (V - AV)_{0s} \frac{1}{E - E_s - T_N - (V - AV)_{ss}} (V - AV)_{s0}. \quad (26)$$

Il pourrait paraître logique d'approcher les $(V - AV)_{ss}$ par $(V - AV)_{cc}$. Si la méthode de perturbation que nous venons d'établir converge rapidement — et nous verrons au chapitre VIII que cela semble être le cas — $(V - AV)_{ss}$ doit être une bonne approximation pour le potentiel réel observé expérimentalement et exhiber une forte dépendance de l'énergie dont on peut espérer tenir compte, en considérant le fait qu'aux énergies faibles, $\text{Re}\mathcal{V}$ varie linéairement avec E_s , par l'introduction d'une masse effective dans les opérateurs d'énergie cinétique. Ce procédé a été critiqué pour deux raisons (20) :

a) A cause du principe d'exclusion, la plupart des interactions du neutron incident impliquent de grands transferts d'énergie (voir à ce sujet le chapitre IX) et amènent le neutron dans un domaine d'énergie où la dépendance en énergie du potentiel réel n'est plus quadratique, mais plutôt constante. L'approximation de masse effective surestime donc l'importance des corrections dues à la dépendance de l'énergie du potentiel ;

b) Martin et Dominicus ont montré, en étudiant l'énergie de la matière nucléaire, que les corrections provenant des corrélations dues aux forces nucléaires sont du même ordre que celles qui proviennent de la dépendance de l'énergie du potentiel. Autrement dit, pour être cohérent, il faut, si l'on approche la fonction d'onde du noyau par un gaz de Fermi, négliger les variations du potentiel réel. En fait, il est de bonnes raisons de penser que ces deux effets qui, pris individuellement, peuvent être importants, se compensent. Nous reviendrons sur ce point dans la conclusion de ce travail. Dans le dénominateur de (26), nous remplacerons donc les $(V - AV)_{ss}$ par une valeur commune V_0 , indépendante de l'énergie et nous définirons comme en (17) un ensemble complet d'états du neutron permettant de diagonaliser le dénominateur de (26) et de le mettre sous la forme :

$$E_0 + E_s + i\varepsilon - E_{N'} - E_s.$$

Nous évaluerons explicitement au chapitre VI $\mathcal{V}^{(1)}$ et $\mathcal{V}^{(2)}$ en faisant les approximations que nous venons de dire : description du noyau-cible par un gaz de Fermi, pas de dépendance de l'énergie du potentiel moyen dans le dénominateur de $\mathcal{V}^{(2)}$. A l'aide d'un tel modèle et en négligeant l'antisymétrie — donc en partant de (19) — Cini et Fubini (17) avaient déjà calculé explicitement la partie imaginaire du potentiel dans la limite où l'énergie du neutron incident est faible, obtenu un ordre de

grandeur correct pour le potentiel imaginaire à l'énergie zéro, et reproduit sa croissance rapide avec l'énergie. Nous montrerons au chapitre V que l'expression que nous obtenons pour la partie directe de $Im\mathcal{V}^{(2)}$ tend bien vers l'expression donnée par Cini et Fubini quand l'énergie du neutron incident est faible. Brueckner, Eden et Francis (12) ont effectué un travail similaire à celui de Cini et Fubini et obtenu — bien qu'une série d'approximations rende la comparaison difficile — des résultats du même type. Mais ces auteurs incluent la dépendance de l'énergie du potentiel moyen dans les états intermédiaires par l'introduction d'une masse effective $M^* \simeq 0,5 M$ qui vient comme un facteur $\left(\frac{M^*}{M}\right)^3$ de la partie imaginaire et les résultats numériques sont alors un ordre de grandeur plus petits que les valeurs expérimentales.

CHAPITRE III

Fonction d'onde nucléaire.

Le noyau-cible dans son état de base sera décrit par un gaz de Fermi dégénéré. Nous supposons en outre qu'il y a, dans le noyau, autant de neutrons que de protons. Nous avons vu au chapitre premier que les expériences de diffusion des électrons de haute énergie donnaient un rayon nucléaire correspondant à $r_0 \simeq 1,2$ f tandis que le rayon mesuré à l'aide de neutrons correspondrait à $r_0 \simeq 1,35$ f. La notion de matière nucléaire suppose que la distribution de masse et le potentiel moyen coïncident. Nous sommes conduits à choisir pour r_0 la valeur de 1,27 f qui constitue un compromis.

La fonction d'onde nucléaire dans l'état de base est donnée par :

$$\psi_0(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \text{Det} \varphi_i(\vec{r}_j) \quad (1)$$

avec :

$$\varphi_i(\vec{r}_j) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i \vec{k}_i \cdot \vec{r}_j} \chi_i(\vec{\sigma}_j) \chi_i(\vec{\tau}_j) \quad (2)$$

où Ω est le volume nucléaire, $\chi_i(\vec{\sigma}_j)$ et $\chi_i(\vec{\tau}_j)$ sont les spineurs décrivant l'état de spin et de spin isotopique de la $n^{\text{ième}}$ particule du noyau. k_i varie entre 0 et la quantité de mouvement maximum du gaz de Fermi qui se compose de $A/4$ états occupés chacun par 4 particules, soit :

$$k_0 = \sqrt[3]{\frac{9\pi}{8} \frac{1}{r_0}} \quad (3)$$

avec la valeur de r_0 que nous avons choisie, nous obtenons $k_0 = 1,2 \text{ f}^{-1}$. On en déduit que l'énergie cinétique des nucléons qui se trouvent au sommet du gaz de Fermi est de 30 MeV. Si nous prenons pour les nucléons une énergie de liaison de -10 MeV , nous obtenons pour le puits de potentiel dans lequel se trouve la matière nucléaire la valeur de -40 MeV .

Interaction nucléon-nucléon.

Nous utiliserons des potentiels nucléon-nucléon rendant compte le mieux possible des données aux basses énergies et ayant un caractère d'échange suffisamment accusé pour ne pas être trop déraisonnables aux énergies intermédiaires.

Pour que le développement en approximations de Born converge il est indispensable, comme nous l'avons dit au chapitre précédent, que la forme radiale des potentiels utilisés soit régulière. Nous ne pouvons donc pas espérer reproduire avec exactitude les sections efficaces aux hautes énergies puisque nous excluons ainsi les potentiels à cœur dur.

Nous nous limiterons à l'utilisation de potentiels centraux, non que l'adjonction de forces tensorielles présente pour le calcul que nous effectuerons des difficultés importantes, mais parce que nous pensons qu'il n'y a pas lieu d'introduire des raffinements, qui tout en compliquant les calculs, laisseraient penser que nous ne sommes pas conscients du fait que la théorie que nous proposons est assez grossière. Les mêmes raisons de simplicité nous poussent à choisir la même forme radiale quel que soit le caractère d'échange du potentiel et à écrire l'interaction nucléon sous la forme ⁽¹⁾ :

$$V(r) = J(r)\mathcal{O}, \quad (4)$$

où $J(r) > 0$ décrit la forme radiale du potentiel, et :

$$\mathcal{O} = a_0 + a_\sigma \overset{\rightarrow}{\sigma}_1 \cdot \overset{\rightarrow}{\sigma}_2 + a_\tau \overset{\rightarrow}{\tau}_1 \cdot \overset{\rightarrow}{\tau}_2 + a_{\sigma\tau} \overset{\rightarrow}{\sigma}_1 \cdot \overset{\rightarrow}{\sigma}_2 \overset{\rightarrow}{\tau}_1 \cdot \overset{\rightarrow}{\tau}_2. \quad (5)$$

Une fois choisie la forme $J(r)$ (potentiel de Yukawa et potentiel gaussien dans le présent travail) nous disposons de 6 paramètres qui sont liés par une relation : si nous choisissons la profondeur de $J(r)$ de manière que dans l'état 3S du système $n-p$ on ait :

$$V(r) = -J(r) \quad (6)$$

on a :

$$a_0 + a_\sigma - 3(a_\tau + a_{\sigma\tau}) = -1 \quad (7)$$

⁽¹⁾ Nous utiliserons la notation du livre de L. Rosenfeld (49).

et dans l'état 1S :

$$-q = (a_0 - 3a_\sigma + a_\tau - 3a_{\sigma\tau}). \quad (8)$$

q représente donc le rapport des profondeurs du potentiel dans l'état 1S et du potentiel dans l'état 3S et est de l'ordre de 0,6.

Les données expérimentales aux basses énergies (longueurs de diffusion et portée effective dans les états triplets et singulets) permettent de déterminer la forme de $J(r)$ une fois choisies :

- 1) la portée de $J(r)$;
- 2) sa profondeur;
- 3) la valeur de q .

On ne peut donc rendre compte que de trois des quatre données de basse énergie. Les deux autres relations qui existent entre les paramètres sont reliées aux profondeurs du puits de potentiel dans les états 3P et 1P du système $n-p$. Dans ces états les coefficients de $J(r)$ sont respectivement :

$$-p_3 = a_0 + a_\sigma + a_\tau + a_{\sigma\tau}, \quad (9)$$

$$-p_1 = a_0 - 3a_\sigma - 3(a_\tau - 3a_{\sigma\tau}). \quad (10)$$

On peut exprimer le potentiel en fonction de q , p_1 et p_3 en introduisant les opérateurs d'échange de spin P_σ (égal à $+1$ dans les états triplets, -1 dans les états singulets) et d'échange d'espace P_m (égal à $+1$ dans les états pairs, à -1 dans les états impairs) sous la forme :

$$V(r) = -\frac{1}{4} \left[(1 + P_\sigma)(1 + P_m) + q(1 - P_\sigma)(1 + P_m) + (1 + P_\sigma)(1 - P_m)p_3 + (1 - P_\sigma)(1 - P_m)p_1 \right] \quad (11)$$

a) Détermination des états s par l'étude du système de deux nucléons à basse énergie.

Nous nous imposerons de rendre compte des sections efficaces à l'énergie 0 déterminées par les longueurs de diffusion :

$$a_s = -2,37 \text{ f} \quad a_t = 5,39 \text{ f}$$

et de la variation de l'une des sections efficaces singulet ou triplet avec l'énergie. Cette variation est déterminée par les portées effectives :

$$r_{0s} = 2,5 \text{ f} \quad r_{0t} = 1,7 \text{ f}.$$

1) *Potentiel de Yukawa rendant compte de l'état singulet.* — Le travail de Blatt et Jackson (8) permet de calculer les constantes de ce potentiel.

$$\text{Si :} \quad J(r) = A \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} \quad (12)$$

les formules d'interpolation contenues dans cet article permettent de déterminer la portée intrinsèque b_s de l'état singulet et les paramètres d'intensités qui sont directement liés à Λ/μ et q , en fonction de r_{0s} , a_s et a_t . On obtient ainsi :

$$b_s = 2,4 \text{ f} \quad s_s = 0,939 \quad s_t = 1,334$$

ce qui donne (l'indice s indique que nous rendons compte aussi bien que possible de l'état singulet) :

$$\Lambda_s = 73 \text{ MeV}, \quad q_s = \frac{s_s}{s_t} = 0,7,$$

$$\mu_s = 343 \text{ me} = 1,13 \text{ f}^{-1}.$$

Calculée avec ces données la portée effective dans l'état triplet est de 1,9 f au lieu de 1,7 f.

Par la suite, nous prendrons — en n'écrivant plus l'indice s — μ , comme unité de masse et d'énergie et $1/\mu$ comme unité de longueur.

2) *Potentiel de Yukawa rendant compte de l'état triplet.* — De la même manière, nous pouvons nous imposer toujours avec le potentiel de Yukawa, de déterminer aussi bien que possible l'état triplet et de rendre compte de la section efficace singulet à l'énergie zéro. Les paramètres de Blatt et Jackson sont alors :

$$b_t = 3,44 \text{ f} \quad s_t = 1,50 \quad s_s = 0,914$$

ce qui donne :

$$J(r) = \Lambda_t \frac{e^{-0,7\mu r}}{\mu r}, \quad (13)$$

où :

$$\Lambda_t = 56 \text{ MeV} \quad q = 0,61.$$

3) *Potentiel gaussien.* — Nous avons également utilisé un potentiel gaussien qui, par une heureuse coïncidence, donne pour r_{0s} , quand on s'impose de rendre compte comme ci-dessus de a_s , a_t et r_{0t} , une valeur correcte $r_{0s} = 2,3 \text{ f}$ au lieu de la valeur expérimentale $2,5 \pm 0,25 \text{ f}$. Les paramètres de Blatt et Jackson sont dans ce cas :

$$b_t = 2,13 \text{ f} \quad s_t = 1,429 \quad s_s = 0,934.$$

On a :

$$J(r) = \Lambda_g e^{-(\alpha r)^2} \quad (14)$$

avec :

$$\Lambda_g = 72,2 \text{ MeV} \quad \alpha = 0,762$$

la valeur de q est de 0,654.

b) Etude des sections efficaces aux hautes énergies.

Nous ne nous attendons évidemment pas à obtenir, avec les potentiels réguliers auxquels nous nous sommes limités, des résultats corrects pour la diffusion à haute énergie. Il nous a cependant paru intéressant de confronter avec l'expérience les sections efficaces obtenues à l'aide des potentiels utilisés dans cette étude. Dans ce but, nous avons calculé les sections efficaces totales neutron-proton et proton-proton en négligeant les forces de Coulomb. Ces calculs ont été faits avec le potentiel de Yukawa (12) qui donne une portée effective correcte dans l'état singulet et des sections efficaces exactes à l'énergie 0. Nous avons choisi des énergies de 30, 120 et 270 MeV dans le système du Laboratoire, qui correspondent à $k_N k_0 = 1, 2, 3$. Nous avons supposé que la force était du type Serber ($p_2 = p_3 = 0$).

Les sections efficaces totales pour la diffusion neutron-proton sont de 320 mb à 30 MeV (1), de 60 mb à 120 MeV, de 35 mb à 270 MeV (30).

Nos sections efficaces calculées sont égales à 144 mb à 30 MeV, 18 mb à 120 MeV, 5 mb à 270 MeV.

En supposant que les sections efficaces proton-proton sont isotropes quand on néglige l'interaction de Coulomb, on peut comparer la valeur des sections efficaces que nous avons calculées avec les valeurs des sections efficaces différentielles à 90° .

Quand l'énergie du proton incident est de 30 MeV, de 120 MeV, de 370 MeV, les sections efficaces à 90° sont respectivement de 13,7 mb/st (47), de 5 mb/st (6), de 4,5 mb/st (31). On obtient par le calcul 7 mb/st à 30 MeV, 0,64 mb/st à 120 MeV, 0,24 mb/st à 270 MeV.

CHAPITRE IV

Calcul du potentiel optique dans les deux premières approximations de Born.

Première approximation de Born.

En première approximation de Born, la partie imaginaire du potentiel est nulle. La partie réelle est la somme de deux termes : un terme direct $\mathfrak{V}^{(1)}(1)$ et un terme d'échange $\mathfrak{V}^{(1)}(E)$. Ils sont obtenus en insérant, dans l'expression du potentiel optique calculée plus haut (II.24), la fonction d'onde du noyau-cible (III.1), le potentiel (III.4) et la fonction d'onde du neutron qui est de la forme :

$$u_N(\vec{r}_N) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\vec{k}_N \cdot \vec{r}_N} \chi_N(\sigma_N) \chi_N^*(\sigma_N) \quad (1)$$

où $\vec{k}_N$ est la quantité de mouvement du neutron au sein de la matière nucléaire. On obtient ainsi pour le terme direct :

$$\mathcal{V}^{(1)}(D) = \frac{1}{\Omega^2} \sum_{i=1}^{i=A-4} \int e^{-i\vec{k}_N \cdot \vec{r}_N} e^{-i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}_N) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} e^{i\vec{k}_N \cdot \vec{r}_N} d^3r d^3r_N \left\{ \begin{array}{l} (2) \\ \times \sum_{\sigma_i, \tau_i} (\chi_{iN}(\vec{\tau}_N) \chi'_{iN}(\vec{\tau}_N) \chi_i(\vec{\tau}) \chi'_i(\vec{\tau})) \cdot \phi_{iN}(\vec{\tau}_N) \chi'_{iN}(\vec{\tau}_N) \chi_i(\vec{\tau}) \chi'_i(\vec{\tau}) \end{array} \right\}$$

L'intégrale qui entre dans l'expression (2) est égale à $\Omega \int J(r) d^3r$. La première somme porte sur les niveaux du gaz de Fermi et fournit un facteur $A-4$. La deuxième somme porte sur le spin et le spin isotopique des particules du noyau. Etant donné que nous supposons que les neutrons incidents ne sont pas polarisés, nous devons aussi faire une moyenne sur les spins du neutron incident. Nous avons supposé que le noyau contenait autant de neutrons que de protons; nous avons choisi des forces nucléaires indépendantes de charge et négligé l'interaction de Coulomb. Les résultats sont donc les mêmes si on remplace le neutron incident par un proton. La moyenne sur les états de spins du neutron incident et la somme sur les états de spin et de spin isotopique des particules de la cible peuvent être effectuées en prenant la somme diagonale de ϕ et en divisant par 4.

Nous obtenons ainsi pour $\mathcal{V}^{(1)}(D)$:

$$\mathcal{V}^{(1)}(D) = \rho_0 \frac{\text{Tr} \phi}{16} \int_{\Omega} J(r) d^3r \quad (3)$$

où nous avons posé :

$$\rho_0 = \frac{A}{\Omega}. \quad (4)$$

On a, de la même manière, pour le terme d'échange :

$$\mathcal{V}^{(1)}(E) = \frac{-\text{Tr} \phi P_{\sigma} P_{\tau}}{4} \frac{1}{\Omega^2} \sum_{i=1}^{i=A-4} \int_{\Omega} \int_{\Omega} d^3r d^3r_N e^{-i\vec{k}_N \cdot \vec{r}_N} e^{-i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \left\{ \begin{array}{l} (5) \\ \times J(\vec{r} - \vec{r}_N) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}_N} e^{i\vec{k}_N \cdot \vec{r}} \end{array} \right\}$$

L'échange du neutron incident et d'une des particules de la cible, introduit par l'antisymétrie, est le produit de l'échange d'espace qui apparaît explicitement sous l'intégrale, par l'échange des spins P_{σ} et des spins isotopiques P_{τ} . Nous avons, comme ci-dessus, pris la trace des opérateurs de spins et spins isotopiques et divisé par 4. Nous remplacerons la somme sur les niveaux du gaz de Fermi par une intégrale, ce qui est légitime pour un grand noyau :

$$\frac{1}{\Omega} \sum_i = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{<} d^3k \quad (6)$$

où le symbole $<$ indique que l'intégrale sur k est prise à l'intérieur de la sphère de Fermi de rayon k_0 .

On a alors :

$$\mathcal{V}^{(1)}(F) = -\frac{1}{2\pi^3} \frac{\text{Tr} \mathcal{O} \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}{16} \int_{<} d^3k \int_{\Omega} e^{i(k_N - \vec{k})(\vec{r}_N - \vec{r})} J(\vec{r} - \vec{r}_N) d^3(\vec{r} - \vec{r}_N).$$

La seconde intégrale n'est autre que la transformée de Fourier des potentiels introduits (chapitre précédent).

Pour le potentiel de Yukawa (III.12), on a, en posant $\vec{K} = \vec{k}_N - \vec{k}$:

$$J(K) = \frac{4\pi\Lambda}{\mu(K^2 + \mu^2)}. \quad (8)$$

Pour le potentiel gaussien (III.14), on a :

$$J(K) = \frac{\Lambda_0 \sqrt{\pi^3}}{x^3} e^{-K^2/4x^2}. \quad (9)$$

En intégrant sur les angles de $\vec{K}$, on obtient facilement :

$$\mathcal{V}^{(1)}(F) = -\frac{\text{Tr} \mathcal{O} \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}{16} \frac{1}{2\pi^2 k_N} \int_{k_N - k_0}^{k_N + k_0} J(K) [k_0^2 - (K - k_N)^2] K dK. \quad (10)$$

L'intégrale contenue dans (10) sera évaluée numériquement (chap. V).

Deuxième approximation de Born : terme direct.

On obtient la contribution du deuxième ordre au potentiel en insérant, comme pour le terme du premier ordre (III.1, III.4 et IV.1) dans l'expression de $\mathcal{V}^{(2)}$ (II.25) :

$$\mathcal{V}^{(2)}(D) = \frac{2M}{4} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2}{4} \sum_{l' <} \sum_{l' >} \sum_{n' >} \left[\frac{\int e^{-i\vec{k}_N \cdot \vec{r}_N} e^{-i\vec{k}_l \cdot \vec{r}} J(\vec{r} - \vec{r}_N) e^{i\vec{k}_N \cdot \vec{r}_N} e^{i\vec{k}_l \cdot \vec{r}} d^3r d^3r'}{k_{l'}^2 + k_N^2 - k_l^2 - k_N^2} \right]^2 \quad (11)$$

les sommes sur l' et n' doivent être prises sur les niveaux extérieurs au gaz de Fermi et k_N contient une petite partie imaginaire positive.

En remplaçant comme plus haut les sommes par des intégrales, on a, avec les mêmes notations :

$$\mathcal{V}^{(2)}(D) = -\frac{8M}{(2\pi)^6} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}_2}{16} \left\{ \int_{<} d^3k \int_{>} d^3k' \int_{>} d^3k_N \frac{J^2(\vec{k}_N - \vec{k}_N) \delta(\vec{k}_N + \vec{k}' - \vec{k} - \vec{k}_N)}{k_N'^2 + k'^2 - k_N^2 - k^2} \right\} \quad (12)$$

On peut, après avoir posé $\vec{k}'_N - \vec{k}_N = \vec{K}$, effectuer toutes les intégrations sauf celle portant sur K . On pourra le faire en utilisant la représentation usuelle de la fonction δ sous forme d'une intégrale sur un vecteur auxiliaire $\vec{x}$. Le dénominateur d'énergie ne contient que le cosinus de l'angle entre K et k_N ; on peut donc intégrer immédiatement sur les angles de $\vec{k}$ et $\vec{k}'$ avec $\vec{x}$, sur l'angle de $\vec{x}$ avec $\vec{K}$ et sur l'angle azimutal de $\vec{K}$. Il reste à intégrer sur x de 0 à l'infini, sur k

TABLEAU I

Re f(K) pour $k_0 < k_N < \beta k_0$.

ω se compose de 4 régions que nous désignerons par A, B, C, D.

Région A : $0 < K < k_N - k_0$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left\{ (2k_0 - K - k_N)(k_0 + K + k_N)^2 \text{Log} (k_0 + K + k_N) \right. \\ & - (2k_0 - K + k_N)(k_0 + K - k_N)^2 \text{Log} (k_0 + K - k_N) \\ & - (k_0 + k_N)^2(2k_0 - k_N) \text{Log} (k_0 + k_N) \\ & + (k_0 - k_N)^2(2k_0 + k_N) \text{Log} (k_0 - k_N) \\ & + 3K \left(k_N + \frac{K}{2} \right)^2 \text{Log} \left(k_N + \frac{K}{2} \right) - 3K \left(-k_N + \frac{K}{2} \right)^2 \text{Log} \left(-k_N + \frac{K}{2} \right) \\ & \left. + 2Kk_N(K + 2k_0) \right\} \end{aligned}$$

Région B : $k_N - k_0 < K < 2k_0$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left\{ (k_0 + K + k_N)^2(2k_0 - K - k_N) \text{Log} (k_0 + K + k_N) \right. \\ & - (k_0 + k_N)^2(2k_0 - k_N) \text{Log} (k_0 + k_N) \\ & + 3K \left(k_N + \frac{K}{2} \right)^2 \text{Log} \left(k_N + \frac{K}{2} \right) \\ & - \frac{[K + k_0^2 - k_N^2]^2 [-K^2 + 4k_0K - k_0^2 - k_N^2]}{8K^3} \text{Log} \frac{K + k_0^2 - k_N^2}{2K} \\ & + \frac{[k_0^2 + 2k_0K - K^2 - k_N^2]^2 [-k_0^2 + 4k_0K + K^2 + k_N^2]}{8K^3} \text{Log} \frac{2k_0K + k_0^2 - K^2 - k_N^2}{2K} \\ & - \frac{3}{4K} (k_0^2 - k_N^2)^2 \text{Log} \frac{k_0^2 - k_N^2}{2K} \\ & \left. + Kk_N[k_N + K + 2k_0] - \frac{[k_0^2 - K^2 - k_N^2][K^2 + 4k_0K + k_0^2 - k_N^2]}{4K} \right\} \end{aligned}$$

Région C : $2k_0 < K < k_N + k_0$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left\{ (2k_0 - K - k_N)(k_0 + K + k_N)^2 \operatorname{Log} (k_0 + K + k_N) \right. \\ & \quad + (2k_0 - K + k_N)(-k_0 - K - k_N)^2 \operatorname{Log} (-k_0 - K - k_N) \\ & \quad - \frac{[-K^2 + 4k_0K - k_0^2 + k_N^2](K + k_0)^2 - k_N^2}{8K^2} \operatorname{Log} \frac{(K + k_0)^2 - k_N^2}{2K} \\ & \quad - \frac{[K^2 + 4k_0K + k_0^2 - k_N^2](K - k_0)^2 - k_N^2}{8K^2} \operatorname{Log} \frac{(K - k_0)^2 - k_N^2}{2K} \\ & \quad \left. + 2k_0k_N(k_N + 2K) - \frac{k_0}{2K^2}[k_0^2 - K^2 - k_N^2][3K^2 + k_0^2 + k_N^2] \right\} \end{aligned}$$

Région D : $k_N + k_0 < K < \infty$:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{3} \left\{ (2k_0 - K - k_N)(k_0 + K + k_N)^2 \operatorname{Log} (k_0 + K + k_N) \right. \\ & \quad - (2k_0 - K + k_N)(k_0 + K - k_N)^2 \operatorname{Log} (k_0 + K - k_N) \\ & \quad + (2k_0 + K - k_N)(-k_0 - K - k_N)^2 \operatorname{Log} (-k_0 - K - k_N) \\ & \quad - (2k_0 + K + k_N)(-k_0 + K - k_N)^2 \operatorname{Log} (-k_0 + K - k_N) \\ & \quad \left. + 8Kk_0k_N \right\} \end{aligned}$$

TABLEAU II

Partie imaginaire de $f(K)$ divisée par π pour $k_0 < k_N < 3k_0$.

Région A :

$$\begin{aligned} & 0 < K < k_N - k_0, \\ & 3k_0^2K - \frac{K^3}{4}. \end{aligned}$$

Région B :

$$\begin{aligned} & k_N - k_0 < K < 2k_0; \\ & 1) \text{ si } k_N < \sqrt{2}k_0, \\ & \frac{3}{4K}[k_N^2 - k_0^2]^2; \\ & 2) \text{ si } k_N > \sqrt{2}k_0, \\ & \frac{3}{4K}[k_N^2 - k_0^2]^2 - \frac{(k_0^2 + 2k_0K - K^2 - k_N^2)^2(-k_0^2 + 4k_0K + K^2 + k_N^2)}{8K^3}. \end{aligned}$$

Région C :

$$\begin{aligned} & 2k_0 < K < k_N + k_0, \\ & \frac{1}{3} \left\{ (2k_0 - K - K^2 - k_N^2)^2 \operatorname{Log} \frac{1}{2K^2} \right. \\ & \quad \left. + (2k_0 + K - K^2 - k_N^2)^2 \operatorname{Log} \frac{1}{2K^2} \right\} \end{aligned}$$

Région D :

$$\begin{aligned} & k_N + k_0 < K < \infty, \\ & 0. \end{aligned}$$

de k_0 à l'infini, sur K de 0 à k_0 et enfin sur le cosinus de l'angle en K et k_N . Cette suite d'intégrations est fastidieuse mais ne présente pas de difficultés particulières. On obtient une expression de la forme :

$$\mathcal{V}^{(2)}(D) = -\frac{M}{(2\pi)^3} \frac{1}{\pi k_N} \frac{T_1 \Theta^2}{16} \int_{\omega} \frac{J^2(K) K dK}{3} f(K). \quad (13)$$

$f(K)$ est donné dans les tableaux I et II ($k_0 < k_N < 3k_0$).

ω est le domaine d'intégration qui se sépare en plusieurs domaines à chacun desquels correspond une certaine forme de $f(K)$.

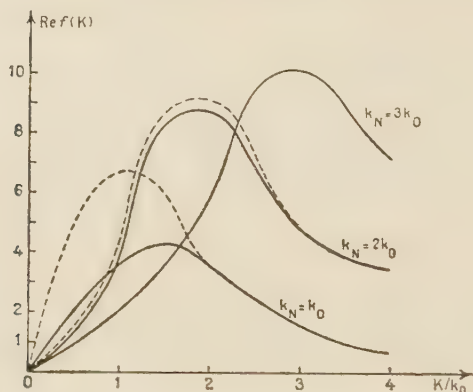


Fig. 3.

Les courbes en trait plein représentent la fonction $\text{Re } f(K)$ pour $k_N/k_0 = 1, 2, 3$.

Les courbes en trait pointillé représentent la même fonction quand on ne tient pas compte du principe de Pauli dans les états intermédiaires.

Pour $k_N/k_0 = 3$ les courbes en plein et en pointillé sont confondues.

Or constate que dans les expressions de $f(K)$ données dans le tableau I interviennent des logarithmes de quantités dont certaines sont négatives, logarithmes qui peuvent se mettre sous la forme $\log(A - k_N)$. Nous avons vu que k_N contenait une petite partie imaginaire positive; une coupure doit être faite sur l'axe réel de telle sorte que l'argument du logarithme ait la détermination $-\pi$. On peut ainsi séparer $f(K)$ en une partie réelle; — il faudra pour l'obtenir remplacer les quantités sous logarithmes par leur valeur absolue — et une partie imaginaire que nous avons écrite dans le tableau II. Les parties réelles et imaginaires de $f(K)$ ont été représentées graphiquement pour $k_N/k_0 = 1, 2, 3$ (fig. 3 et 4).

Nous aurions pu également faire la séparation des parties réelles et imaginaires, directement dans l'expression de départ (12) en écrivant que :

$$\frac{1}{k_N'^2 + k'^2 - k^2 - k_N^2 - i\varepsilon} = \text{VP} \frac{1}{k_N'^2 + k'^2 - k^2 - k_N^2} + i\pi(k_N'^2 + k'^2 - k^2 - k_N^2) \quad (14)$$

Nous nous sommes servi de cette méthode pour vérifier nos résultats pour la partie imaginaire du potentiel.

La limite de la partie imaginaire du potentiel (13) quand k_N approche k_0 a été calculée par Cini et Fubini (17). Quand on fait un développement en $k_N - k_0$ du potentiel imaginaire, on obtient facilement à partir de l'expression de $\text{Im}f(K)$ donnée dans le tableau II :

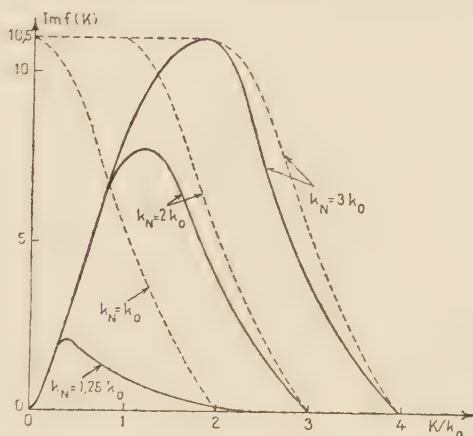
$$\lim_{k_N \rightarrow k_0} \text{Im} \mathcal{V}^{(2)}(D) = -\frac{M}{(2\pi)^3} (k_N - k_0)^2 k_0 \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2}{16} \int_0^{2k_0} J^2(K) dK. \quad (15)$$

Cini et Fubini ont trouvé une expression identique à (15) à ceci près que l'intégrale qu'ils calculent va de $k_N - k_0$ à $k_N + k_0$.

L'expression asymptotique que nous venons de donner est remarqua-

Fig. 4.

La fonction $\text{Im} f(K)$; les courbes en trait pointillé représentent la même fonction quand on ne tient pas compte du principe d'exclusion.



blement simple. On pourra apprécier au chapitre suivant (tableau VIII) son domaine de validité qui malheureusement n'est pas très grand. Il est à remarquer que la partie imaginaire du potentiel optique s'annule quand l'énergie de la particule incidente tend vers l'énergie maximum E_F des nucléons de la mer de Fermi. Cela tient à ce que, dans cette limite, le nucléon à cause du principe de Pauli, ne peut changer d'état. Le potentiel imaginaire qui décrit un phénomène dissipatif est donc nul.

Deuxième approximation de Born. Terme d'échange.

Le terme d'échange est nettement plus difficile à calculer que le terme direct et, on ne peut, comme ci-dessus, ne pas tenir compte explicitement de la forme du potentiel ⁽¹⁾. En procédant de la même manière

(1) Nous n'avons calculé que sa partie imaginaire. On pourrait, dans le cas du potentiel gaussien, ramener la partie réelle à une intégrale simple mais les calculs seraient très compliqués.

que pour le terme direct, on écrit facilement le terme d'échange :

$$\mathcal{V}^{(2)}(E) = \frac{8M}{(2\pi)^6} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}{16} \left\{ \int_{<} d^3 k \int_{<} d^3 k' \int_{>} d^3 k'_N \frac{J(|\vec{k}'_N - \vec{k}_N|) J(|\vec{k}' - \vec{k}_N|) \varepsilon(\vec{k}'_N + \vec{k}' - \vec{k} - \vec{k}_N)}{k'^2_N + k'^2 - k^2 - k^2_N} \right\} \quad (16)$$

Pour calculer cette intégrale, nous passons aux coordonnées relatives :

$$\left. \begin{aligned} \vec{q} &= \frac{\vec{k}'_N - \vec{k}'}{2} \\ \vec{p} &= \frac{\vec{k}_N - \vec{k}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

On a alors :

$$\mathcal{V}^{(2)}(E) \frac{M}{2\pi^6} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}{16} \int_{\omega} d^3 p d^3 q \frac{J(|\vec{p} - \vec{q}|) J(|\vec{p} + \vec{q}|)}{q^2 - p^2} \quad (18)$$

où p est dotée d'une petite partie imaginaire positive.

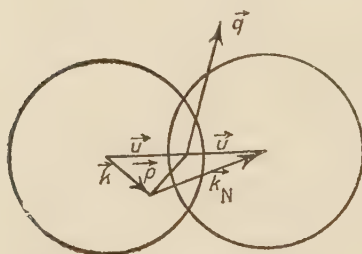


Fig. 5.

ω est tel (fig. 5) que $\vec{q}$ doit se trouver à l'extérieur de deux sphères de rayon k_0 dont les centres sont distants de $2u = 2|\vec{k}_N - \vec{p}|$. p est intégré à l'intérieur de la sphère de gauche.

a) Dans le cas du potentiel de Yukawa, on peut exprimer la partie imaginaire du terme d'échange sous la forme d'une intégrale double dont nous donnerons l'évaluation numérique au prochain chapitre :

$$\text{Im} \mathcal{V}^{(2)}(E) = \frac{\text{Tr} \mathcal{O} \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}{16} \frac{4M}{\pi k_N} \left(\frac{\Lambda}{\mu} \right)^2 \text{I} \quad (19)$$

où, quand $k_N > \sqrt{2} k_0$:

$$\text{I} = \int_{\frac{k_N - k_0}{2}}^{\frac{k_N + k_0}{2}} \frac{dp}{2p^2 + \mu^2} \int_{(k_N - p)^2}^{\frac{k_N^2 + k_0^2}{2} - p^2} du^2 \left\{ \text{Arg Sinh} \frac{(2p^2 + \mu^2) \cos \alpha + 2p^2 \cos \theta}{\mu \sin \alpha (4p^2 + \mu^2)} \right. \\ \left. - \text{même expression avec } \cos \theta \rightarrow -\cos \theta \right\} \quad (20)$$

où :

$$\cos \alpha = \frac{k_N^2 - p^2 - u^2}{2pu} \quad (21)$$

$$\cos \theta = \frac{u^2 + p^2 - k_0^2}{2pu} \quad (22)$$

Quand $k_N < \sqrt{2}k_0$, les domaines d'intégration sont plus compliqués :
1) quand :

$$\frac{k_N - k_0}{2} < p < \frac{k_N}{2} \left[-1 \sqrt{\frac{2k_0^2}{k_N^2} - 1} \right]$$

et :

$$\frac{k_N}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{2k_0^2}{k_N^2} - 1} \right] < p < \frac{k_N + k_0}{2},$$

on a, pour l'intégrale sur u^2 les mêmes limites que plus haut.

2) Autrement, on doit intégrer sur u^2 de $k_0^2 - p^2$ à $(k_N^2 + k_0^2)/2 - p^2$.

b) Dans le cas du potentiel gaussien on a :

$$\text{Im} \mathcal{V}^{(2)}(E) = \frac{M \Lambda_{ti}^2}{k_N} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 P_\sigma P_\tau}{16} \text{I} \quad (23)$$

où, quand $k_N > \sqrt{2}k_0$:

$$\text{I} = \int_{\frac{k_N - k_0}{2}}^{\frac{k_N + k_0}{2}} p e^{-\frac{p^2}{\alpha^2}} dp \int_{k_N - p}^{\sqrt{\frac{k_N^2 + k_0^2}{2} - p^2}} \left[(p^2 - k_0^2) + u \frac{u^2}{3} \right] du. \quad (24)$$

La seconde intégrale s'effectue immédiatement et on est donc dans le cas du potentiel gaussien ramené à une intégrale simple.

Quand $k_N < \sqrt{2}k_0$, les domaines d'intégration pour p et u sont plus compliqués : ils sont identiques à ceux qui ont été donnés dans le cas du potentiel de Yukawa ; là encore, on se ramène facilement à une intégrale simple.

Le terme d'échange du potentiel imaginaire tend vers zéro tout comme la partie directe en $(k_N - k_0)^2$ quand k_N tend vers k_0 . Le rapport entre le terme d'échange et le terme direct est :

$$\frac{\text{Im} \mathcal{V}^{(2)}(E)}{\text{Im} \mathcal{V}^{(2)}(D)} = \sqrt{2} \frac{e^{-\left(\frac{k_0}{\alpha}\right)^2} \int_0^{\frac{k_0}{\alpha}} e^{z^2} dz \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 P_\sigma P_\tau}{\text{Tr} \mathcal{O}^2}}{\int_0^{\frac{k_0}{\alpha}} e^{-z^2} dz} \quad (25)$$

Évaluation des traces.

Il nous reste, avant de passer aux calculs numériques, à donner l'expression des traces qui sont apparues au cours de ce chapitre. Ces traces sont calculées en fonction de q , de p_3 et de p_1 dans Rosenfeld (49, p. 162). Nous poserons :

$$\lambda = \frac{9p_3 + p_1}{16} \quad (26)$$

$$\mu = \frac{9(p_3)^2 + (p_1)^2}{16}, \quad (27)$$

ce qui permet d'exprimer les traces sous la forme :

$$\text{Tr} \Theta = -3(1 + q) - 16\lambda. \quad (28)$$

$$\text{Tr} \Theta_\sigma P_\tau = 3(1 + q) - 16\lambda. \quad (29)$$

$$\text{Tr} \Theta^2 = 3(1 + q^2) + 16\mu. \quad (30)$$

$$\text{Tr} \Theta^2 P_\sigma P_\tau = -3(1 + q^2) = 16\mu. \quad (31)$$

Il apparaît alors que, si l'on se laisse la liberté de choisir les états impairs du système $n - p$, on dispose de deux paramètres, l'un, λ , concernant seulement la première approximation de Born, l'autre, μ , la seconde.

Le cas de la force Serber, qui annule complètement les états P, correspond à $\mu = 0$ et $\lambda = 0$. On peut, en choisissant $\mu = \frac{3(1+q^2)}{16}$, annuler complètement le terme d'échange du second ordre, mais cela implique une importante contribution des états impairs.

Afin de voir de manière plus intuitive la signification des paramètres μ et λ , nous comparerons les rapports $\frac{\text{Tr} \Theta P_\sigma P_\tau}{\text{Tr} \Theta}$ et

$\frac{\text{Tr} \Theta^2 P_\sigma P_\tau}{\text{Tr} \Theta^2}$ dans le cas général avec ce qu'ils seraient si on avait seulement considéré un caractère d'échange du type $x + \beta P_M$ avec $x + \beta = 1$.

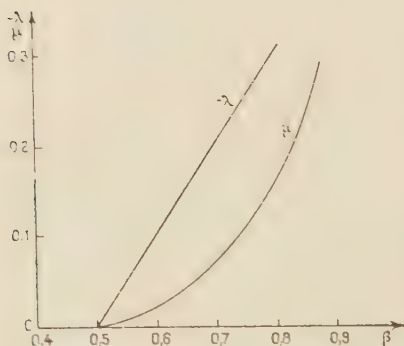


Fig. 6.

Dans ce cas on a :

$$\frac{\text{Tr} \mathcal{O} P_{\sigma} P_{\tau}}{\text{Tr} \mathcal{O}} = \frac{\alpha - 4\beta}{4\alpha - \beta}, \quad (32)$$

$$-\frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 P_{\sigma} P_{\tau}}{\text{Tr} \mathcal{O}^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - 8\alpha\beta}{4\alpha^2 + 4\beta^2 - 2\alpha\beta}. \quad (33)$$

Pour permettre cette comparaison, nous avons, dans le cas du potentiel gaussien, calculé (fig. 6), en fonction de β , les valeurs de λ et de μ qui fournissent les mêmes rapports $\frac{\text{Tr} \mathcal{O} P_{\sigma} P_{\tau}}{\text{Tr} \mathcal{O}}$ et $\frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 P_{\sigma} P_{\tau}}{\text{Tr} \mathcal{O}^2}$ que ceux qui sont calculés à partir de (32) et (33). Ces deux rapports sont égaux pour une force du type Serber ($\alpha = \beta = 0,5$, $\lambda = \mu = 0$) et s'annulent respectivement pour $\beta = 0,8$ et $\beta = 0,887$.

CHAPITRE V

Résultats numériques.

Partie réelle du potentiel.

Nous donnons tout d'abord les résultats numériques du calcul des intégrales qui ont été obtenues au chapitre précédent. Ces résultats, exprimés en MeV, sont rassemblés dans le tableau III.

TABLEAU III

	$\frac{k_N}{k_0}$	Potentiel de Yukawa triplet	Potentiel de Yukawa singulet	Potentiel gaussien
$\frac{16\mathcal{U}^{(1)}(D)}{\text{Tr} \mathcal{O}}$		— 244	— 156	— 150
$\frac{16\mathcal{U}^{(1)}(D)}{\text{Tr} \mathcal{O} P_{\sigma} P_{\tau}}$	1	59,5	49,7	55,7
	1,5	26,8	30,3	25,8
	2	15,8	18,9	9,4
	3	7,1	9,1	0,4
$\frac{16\text{Re}\mathcal{U}^{(2)}(D)}{\text{Tr} \mathcal{O}^2}$	1	25,4	25,9	28,7
	2	16,4	18,9	16,9
	3	7,5	9,4	6,2

TABLEAU IV

$\lambda = -0,145$ ce qui correspond à $\beta = 0,64$.

k_N k_0	$Q(0) (D_1)$	$Q(0) (D_2)$	$Q(0)$	$Re^{(1)(2)}$ $\mu = 0,267$	$Re^{(1)(2)}$ total $\mu = 0,267$	$Re^{(1)(2)} (D_1)$ $\mu = 0,035$	$Re^{(1)(2)} (D_2)$ $\mu = 0,035$	$Re^{(1)(2)}$ total $\mu = 0,035$	$Re^{(1)(2)}$ total $\mu = 0,035$
1	24,7	25,2	40,9	15,4	6,5	5,7	2,9	11,6	6,2
1,5	24,7	11,3	36,5	12*	4*			7*	4,3
2	24,7	4,3	29	9	3*	5,1	1	4	3,3
3	24,7	0,1	24,5	3,9	29	1,9	0,4	1,5	2,6

(*) Les valeurs marquées d'un astérisque sont interpolées. Toutes les valeurs sont exprimées en MeV.

TABLEAU V

 $\lambda = -0,21$, ce qui correspond à $\beta = 0,7$.

$\frac{k_N}{k_0}$	$U^{(1)}(D)$	$U^{(1)}(E)$	$U^{(1)}$	$ReU^{(2)}$ $\mu = 0,267$	ReU total $\mu = 0,267$	$ReU^{(1)}(D)$ $\mu = 0,07$	$ReU^{(2)}(E)$ $\mu = 0,07$	$ReU^{(2)}$ total $\mu = 0,07$	ReU total $\mu = 0,07$
1	-15	-29	-44	-15,4	-60	-9,5	-2,6	-12,1	-55
1,5	-15	-13,4	-28,4	-12	-40			8*	-36
2	-15	-4,9	-19,9	-9	-29	-5,7	+0,8	-4,9	-25
3	-15	-2	-15,2	-3,9	-19	-2,1	+0,4	-1,7	-17

Seul le terme direct du premier ordre ne tend pas vers zéro quand k_N croît. Si l'on veut obtenir, vers 200 MeV, 15 ou 20 MeV pour le potentiel réel, on doit exclure des forces du type « saturant », c'est-à-dire un choix de $\mathcal{O}$ tel que $\text{Tr} \mathcal{O} = 0$. Par ailleurs, il est bien connu que des forces à deux corps régulières ne permettent pas une description complète de la matière nucléaire. La condition $\text{Tr} \mathcal{O} = 0$ assure la stabilité en densité du noyau, mais l'énergie de volume est alors beaucoup trop faible. Il nous semble préférable de ne pas s'inquiéter au sujet du comportement de la matière nucléaire aux grandes densités, mais d'exiger un ordre de grandeur correct pour l'énergie de volume à la densité normale, ce qui peut être atteint (chap. VI, § 3) avec des valeurs de β de l'ordre de 0,6-0,7.

Nous avons calculé, pour le potentiel gaussien, $\mathfrak{V}^{(1)}$ avec des valeurs de λ correspondant aux valeurs de β : 0,64, 0,7 et 0,8 (tableaux IV, V et VI). La correction du second ordre donnée dans les premières colonnes des tableaux est telle que le coefficient du terme d'échange est nul, ce qui correspond à $\beta = 0,89$.

Nous avons également calculé $\text{Re} \mathfrak{V}^{(2)}$ pour les valeurs des traces correspondant à $\beta = 0,64$ et $\beta = 0,7$ (avant-dernière colonne des tableaux IV et V). Comme nous ne connaissons pas la valeur exacte de $\text{Re} \mathfrak{V}^{(2)}(E)$, nous l'avons approchée de la manière suivante : nous avons calculé le rapport $\text{Re} \mathfrak{V}^{(2)}(E) / \text{Re} \mathfrak{V}^{(2)}(D)$ en négligeant le principe de Pauli et considéré que ce rapport n'était pas très différent quand on tenait compte du principe de Pauli. Nous verrons (chap. VI, § 2) que cette approximation n'est pas mauvaise pour le potentiel imaginaire, surtout aux hautes énergies. On obtient ainsi un terme d'échange qui possède les caractéristiques attendues : il est inférieur au terme direct et décroît avec l'énergie plus rapidement que lui. L'erreur introduite par cette approximation est certainement inférieure à quelques MeV.

TABLEAU VI

$\lambda = -0,31$, ce qui correspond à $\beta = 0,8$.

$\frac{k_N}{k_0}$	$\mathfrak{V}^{(1)}(D)$	$\mathfrak{V}^{(1)}(E)$	$\mathfrak{V}^{(1)}$	$\text{Re} \mathfrak{V}^{(2)}$ $\mu = 0,267$	$\text{Re} \mathfrak{V} \text{ total}$ $\mu = 0,267$
1	0	— 34,5	— 34,5	— 15,4	— 50
1,5	0	— 16,0	— 16,0	— 12*	— 28
2	0	— 5,8	— 5,8	— 9	— 15
3	0	— 0,2	— 0,2	— 3,9	— 4

TABLEAU VII

$\frac{k_N}{k_0}$	Yukawa triplet					Yukawa singulet				
	$\mathcal{U}^{(1)}(D)$ $\lambda = \text{---} 0,252$		$\mathcal{U}^{(1)}(E)$ $\lambda = \text{---} 0,252$		$\mathcal{U}^{(1)} \text{ total}$		$\mathcal{U}^{(1)}(D)$ $\lambda = \text{---} 0,261$		$\mathcal{U}^{(1)}(E)$ $\lambda = \text{---} 0,261$	
	$\mathcal{U}^{(1)}(D)$ $\lambda = \text{---} 0,252$		$\mathcal{U}^{(1)}(E)$ $\lambda = \text{---} 0,252$		$\mathcal{U}^{(1)} \text{ total}$		$\mathcal{U}^{(1)}(D)$ $\lambda = \text{---} 0,261$		$\mathcal{U}^{(1)}(E)$ $\lambda = \text{---} 0,261$	
1	— 12,2	— 33	— 45,2	— 13	— 58	— 9	— 28,8	— 37,8	— 14,4	— 52
1,5	— 12,2	— 14,8	— 27	— 11*	— 38	— 9	— 17,7	— 26,7	— 12,6	— 39
2	— 12,2	— 8,8	— 21	— 8,4	— 29	— 9	— 11	— 20	— 10,5	— 30
3	— 12,2	— 3,9	— 16,1	— 3,9	— 20	— 9	— 5,3	— 14,3	— 5,2	— 19

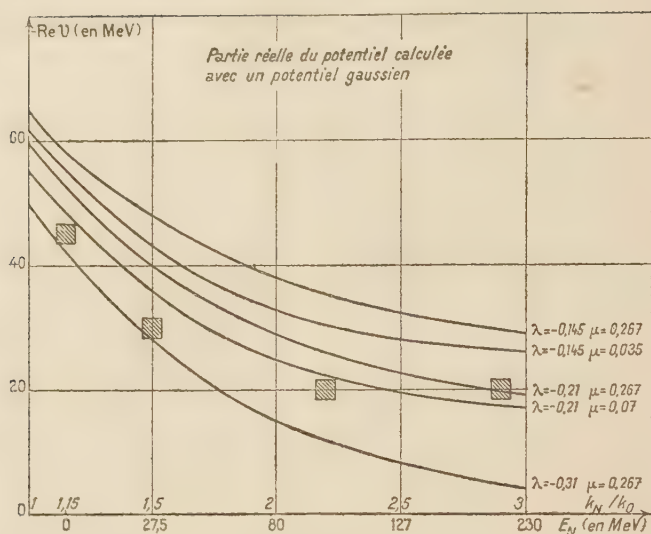


Fig. 7.

La comparaison avec l'expérience ressort de la figure 7. Un bon accord avec l'expérience ne peut être obtenu que si l'on choisit une valeur de λ telle que $\beta \simeq 0,7$. Si l'on choisit aussi une valeur de β de cet ordre pour le terme $\mathfrak{V}^{(2)}$, le terme d'échange $\mathfrak{V}^{(2)}(E)$ qui décroît rapi-

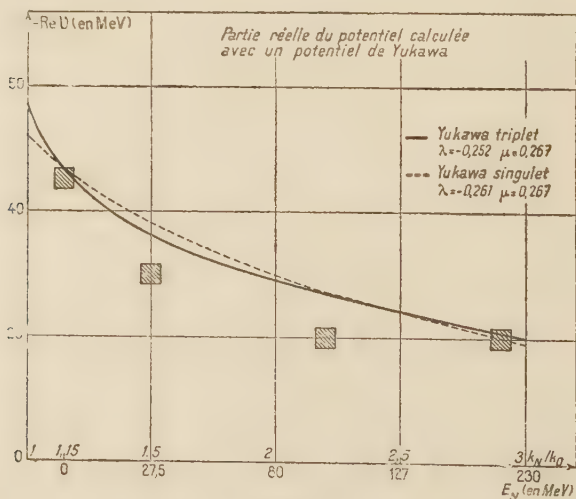


Fig. 8.

dement avec l'énergie prend de l'importance et ce fait améliore l'accord avec l'expérience qui, dans ces conditions, est aussi bon qu'on pouvait l'espérer en partant d'une telle théorie.

Nous avons également calculé le potentiel réel dans le cas des potentiels de Yukawarendant compte des états triplets et singulets (tableau VII) pour une valeur des traces de $\mathcal{V}^{(1)}$ correspondant à $\beta = 0,75$. Le terme du second ordre est tel que $\text{Tr} \mathcal{O}^2 P_\sigma P_\tau = 0$. Les résultats sont comparés avec l'expérience dans la figure 8.

Partie imaginaire du potentiel.

Nous donnons tout d'abord un résumé des calculs numériques effectués. Nous avons, comme pour la partie réelle du potentiel, rassemblé (tableau VIII) les valeurs numériques de $\frac{\text{Im} \mathcal{V}}{\text{Tr} \mathcal{O}^2}$. Nous avons également

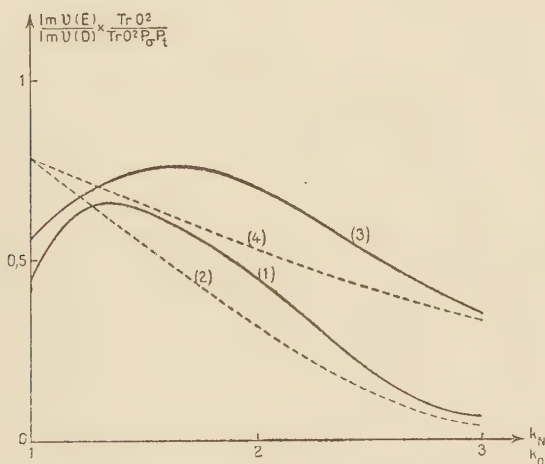


Fig. 9.

Courbes (1) et (2) : potentiel gaussien (V. 14).

Courbes (3) et (4) : potentiel de Yukawa (V. 12).

Les courbes (2) et (4) sont calculées en négligeant le principe de Pauli.

calculé le terme d'échange, par une intégrale double dans le cas du potentiel de Yukawa (IV.20), par une intégrale simple dans le cas du gaussien (IV.24). Nous les avons donnés sous la forme du rapport du terme d'échange au terme direct. Une représentation graphique de ce rapport est donnée dans la figure 9, dans le cas du potentiel gaussien

TABLEAU VIII

Yukawa triplet				Yukawa singulet		Gaussian	
$\frac{k_N}{k_0}$	$\frac{Im(D)}{Tr(D)^2}$	$\frac{Im^2V(E)}{Im^2V(D)} \frac{Tr Q^2}{Tr Q^2 P_\sigma P_\tau}$		$\frac{Im^2V(D)}{Tr Q^2}$	$\frac{Im^2V(E)}{Im^2V(D)} \frac{Tr Q^2}{Tr Q^2 P_\sigma P_\tau}$	$\frac{Im^2V(D)}{Tr Q^2}$	$\frac{Im^2V(E)}{Im^2V(D)} \frac{Tr Q^2}{Tr Q^2 P_\sigma P_\tau}$
1,25	— 14,8			— 9 6	0,64	— 12,2	0,61
1,5	— 25,1	0,57		— 20,2	0,71	— 28	0,65
2	— 27,5	0,53		— 24,8	0,69	— 34	0,43
2,5	— 24,3			— 23,7			0,20
3	— 21,1	0,33		— 20,9	0,36	— 24	0,06

(courbe 1) et dans le cas du potentiel de Yukawa (courbe 3). Le rapport est toujours inférieur à l'unité et tend vers 0 quand l'énergie tend vers l'infini.

Nous avons cherché le domaine de validité de la formule asymptotique (IV.15) valable pour $k_N \sim k_0$. Pour cela, nous avons comparé, à l'aide du potentiel de Yukawa (V.12), le résultat obtenu par la formule limite (IV.15) au résultat exact, pour $k_N = 1,25k_0$, ce qui correspond à une énergie de 7 MeV pour le neutron incident. Si l'on prend le résul-

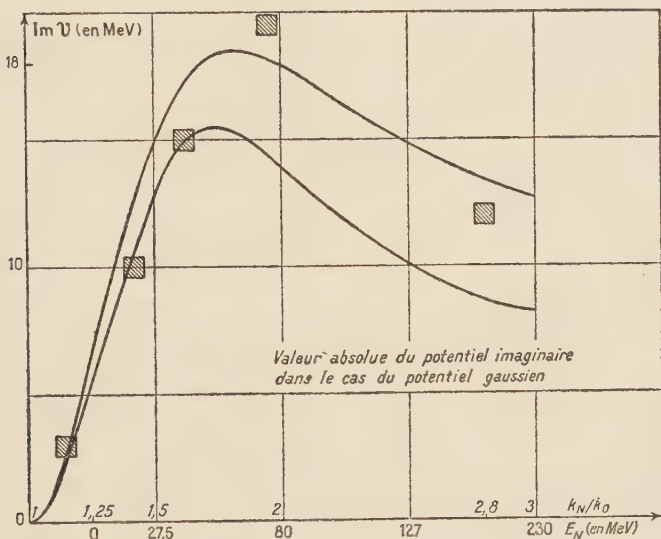


Fig. 10. — La courbe du haut correspond à $\mu = 0,264$, celle du bas à $\mu = 0,07$.

tat exact comme unité, l'expression asymptotique vaut 1,05. Nous avons également examiné la valeur fournie par la formule contenue dans le travail de Cini et Fubini (17) qui diffère de (IV.15) par des termes en $(k_N - k_0)^3$. Cette valeur est de 0,62. Le désaccord avec la valeur correcte est donc assez sérieux.

Nous avons calculé, avec le potentiel gaussien (III.14), le potentiel imaginaire dans les deux cas envisagés à propos de potentiel réel :

- 1) $\mu = 0,07$, ce qui correspond à un rapport des traces qui intervient au second ordre tel que $\beta = 0,7$;
- 2) $\mu = 0,264$, ce qui correspond à $\text{Tr}^{\text{O}^2}\text{P}_\sigma\text{P}_\tau = 0$ et $\beta = 0,89$.

Les résultats sont représentés par les deux courbes de la figure 10. A basse énergie, ces deux courbes sont très voisines. Ceci est dû au

fait que le terme d'échange est du même ordre que le terme direct (fig. 9). Les résultats expérimentaux sont alors bien reproduits, quel que soit μ . A plus haute énergie, une valeur de μ aussi importante que possible est nécessaire pour que la courbe passe par les points expérimentaux. Pour $\mu = 0,264$, l'accord avec l'expérience qui se poursuit jusqu'au-delà de 200 MeV, dépasse ce qu'on était en droit d'espérer.

La figure 11 montre $\text{Im}\mathcal{V}$ calculé à l'aide des potentiels de Yukawa (III.12) et (V.13) avec la condition $\text{Tr}\mathcal{O}^2\mathbf{P}_\sigma\mathbf{P}_\tau = 0$. La diminution de la valeur de μ abaisserait les courbes de la figure de manière notable.

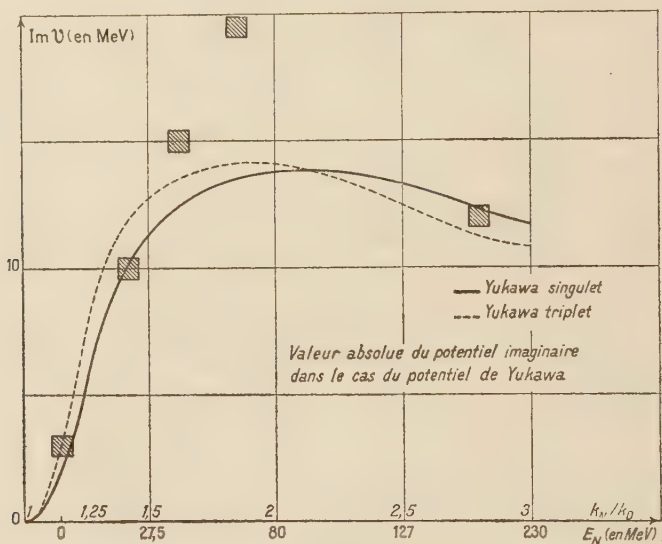


Fig. 11.

L'examen de ces deux courbes montre, qu'en général, le calcul de la partie imaginaire du potentiel amène, dans la région des hautes énergies, à des valeurs qui se situent nettement en dessous des résultats expérimentaux. Nous pensons pouvoir donner de ce fait une explication convaincante.

Un calcul classique du coefficient d'absorption de la matière nucléaire doit être valable quand la longueur d'onde du neutron incident est nettement inférieure à la séparation des nucléons, c'est-à-dire dans le domaine des très grandes énergies. En l'absence du principe de Pauli, la partie absorbante du potentiel est proportionnelle à la section efficace de collision entre le neutron incident et les particules de la cible. En effet, une collision change l'état du neutron qui disparaît de la voie

d'entrée. En fait, les collisions qui font intervenir de faibles transferts de quantités de mouvement sont interdites parce que l'une au moins des particules intéressées par la collision devrait se trouver, après le choc, dans un état déjà occupé par les nucléons de la cible (18) (40). Cette interdiction, très importante à basse énergie, oblige la partie imaginaire du potentiel à décroître très rapidement quand l'énergie du neutron incident tend vers 0, conformément à l'expérience. Dans la région des hautes énergies, où le modèle classique est mieux fondé théoriquement, le rôle du principe de Pauli est moindre. La partie absorbante du potentiel complexe est alors directement liée aux sections efficaces de diffusion nucléon-nucléon. Nous avons utilisé dans nos calculs des potentiels réguliers qui fournissent, pour ces sections efficaces, des valeurs beaucoup trop faibles (chap. III, § 3). Il n'est donc nullement étonnant que nous ayons tendance à sous-estimer l'absorption de la matière nucléaire dans la région des hautes énergies.

CHAPITRE VIII

Cohérence de la méthode et rôle du principe de Pauli.

Convergence de la série de perturbation.

Dans l'ignorance des termes d'ordre supérieur, la meilleure preuve de la convergence de la méthode vient de la comparaison entre le terme du deuxième ordre et celui du premier. Nous avons calculé le rapport entre le terme réel du deuxième ordre et le potentiel calculé au premier ordre dans les différents cas envisagés au chapitre précédent. Les résultats de ce calcul sont rassemblés dans le tableau IX.

Ce tableau nous donne une vue assez pessimiste de la convergence. Ce pessimisme est probablement injustifié. En effet, on a $Tr\mathcal{O} \sim 0$, ce qui entraîne une valeur artificiellement petite du terme du premier ordre. Ceci est particulièrement clair dans le cas de la force « saturante » pour laquelle on a exactement $Tr\mathcal{O} = 0$ (colonne 5) : pour $k_N = 3k_0$ (230 MeV), le rapport entre le terme du deuxième ordre et le terme du premier ordre est de 2. Or, à cette énergie, l'approximation de Born est certainement excellente. Cependant, notons que, pour le potentiel qui fournit les meilleures valeurs de $Re\mathcal{V}$ et de $Im\mathcal{V}$ (colonne 2), le rapport des termes du deuxième et du premier ordre ne dépasse pas 28 p. 100.

Nous avons calculé pour le potentiel gaussien les valeurs des traces des puissances successives de $\mathcal{O}$. Nous avons choisi le potentiel pour

TABLEAU IX

$k_N \frac{h_0}{h_0}$	Potentiel gaussien					Potentiel de Yukawa	
	$\lambda = -0,145$ $\mu = 0,267$	$\lambda = -0,145$ $\mu = 0,035$	$\lambda = -0,21$ $\mu = 0,267$	$\lambda = -0,21$ $\mu = 0,07$	$\lambda = -0,35$ $\mu = 0,267$	triplet $Tr O^3 P_{\sigma\tau} = 0$	singulet $Tr O^3 P_{\sigma\tau} = 0$
1	0,31	0,23	0,35	0,27	0,45	0,29	0,39
1,5	0,3	0,19	0,42	0,28	0,75	0,40	0,48
2	0,31	0,14	0,45	0,25	1,55	0,40	0,52
3	0,16	0,06	0,25	0,11	1,95	0,24	0,36

lequel $\lambda = -0,21$, $\mu = 0,07$. Ainsi les rapports des traces du terme direct et du terme d'échange du premier et du second ordre correspondent tous deux à la même valeur de ξ : $\xi = 0,7$. On obtient alors :

$$\begin{aligned} p_1 = p_3 &= -0,336 \\ \text{Tr}\Theta &= 0,165 \\ \text{Tr}\Theta^2 &= 0,337 \\ \text{Tr}\Theta^3 &= 0,228 \\ \text{Tr}\Theta^4 &= 0,22. \end{aligned}$$

Les traces vont en décroissant à partir de la seconde pour tendre vers la valeur $3/16 \simeq 0,19$. Ce phénomène est indépendant des valeurs de μ et λ . Seul, $\text{Tr}\Theta$ joue un rôle exceptionnel. Il nous a semblé, par conséquent, qu'il fallait éliminer cette particularité et considérer que la convergence est mieux révélée par l'étude du rapport :

$$\frac{\mathcal{Q}^{(3)}(D)}{\text{Re}\mathcal{Q}^{(2)}(D)} \times \frac{\text{Tr}\Theta^2}{\text{Tr}\Theta}$$

dont nous avons dressé un tableau pour les divers potentiels utilisés (tableau X).

TABLEAU X

$\frac{k_N}{F_0}$	Gaussion	Yukawa triplet	Yukawa singulet
1	0,19	0,10	0,16
2	0,11	0,07	0,12
3	0,04	0,03	0,06

L'examen de ce tableau est beaucoup plus réconfortant. Il fait apparaître la convergence qu'on attend à haute énergie du fait que l'approximation de Born y devient bonne. A basse énergie, la convergence est essentiellement due, comme cela a déjà été démontré dans l'étude de la matière nucléaire (5) (20), au principe de Pauli qui interdit un grand nombre des états intermédiaires possibles et amenuise les termes d'ordre supérieur au premier. Nous allons d'ailleurs le montrer en calculant $\mathcal{Q}^{(2)}(D)$ en l'absence du principe de Pauli.

Effet du principe de Pauli.

Quand on ne tient pas compte du principe d'exclusion, $\Re \mathcal{V}^{(2)}(D)$ et $\Re \mathcal{V}^{(2)}(E)$ se calculent facilement. La fonction $f'(K)$ qui entre dans le calcul de $\Re \mathcal{V}^{(2)}(D)$ (éq. IV.13 et tableau I) se réduit à sa valeur dans la région D. $\Re f'(K)$ et $\text{Im} f'(K)$, en l'absence du principe de Pauli sont représentés par les courbes en pointillé des figures 3 et 4.

$\text{Im} f'(K)$ prend une valeur très simple :

$$\begin{aligned} \frac{\text{Im} f'(K)}{\pi} &= 4k_0^3 && \text{quand } 0 < K < k_N - k_0 \\ \frac{\text{Im} f'(K)}{\pi} &= (2k_0 + K - k_N)(K - k_N - k_0)^2 && \text{quand } k_N - k_0 < K < k_N + k_0 \\ \frac{\text{Im} f'(K)}{\pi} &= 0 && \text{quand } K > k_N + k_0. \end{aligned}$$

Le rôle du principe de Pauli est particulièrement frappant dans le cas du potentiel imaginaire : quand on n'antisymétrise pas la fonction d'onde du noyau-cible, le potentiel imaginaire, au lieu de décroître brutalement quand l'énergie du neutron incident tend vers zéro, continue de croître. Nous avons représenté le potentiel imaginaire calculé avec et sans principe de Pauli, dans le cas du potentiel gaussien (fig. 10) et du potentiel de Yukawa (III.12) (fig. 11). Il est remarquable que le principe d'exclusion continue de jouer un rôle important à haute énergie : dans le cas du potentiel de Yukawa pour $k_N = 3k_0$ (230 MeV), la valeur de $\text{Im} \mathcal{V}$, quand on tient compte du principe de Pauli, est nettement plus petite que la valeur obtenue quand on le néglige. Ceci est dû à la concentration autour de zéro des moments de transferts qui interviennent dans les transformées de Fourier des potentiels réguliers. A cette énergie, il paraît tout à fait improbable qu'un tel effet soit observé quand on cherche à résoudre les équations de diffusion au sein de la matière nucléaire en utilisant un potentiel réaliste à cœur répulsif.

Quand on ne tient pas compte du principe de Pauli dans les états intermédiaires, $\Re \mathcal{V}^{(2)}$ est multiplié par un facteur qui est important à basse énergie. Pour $k_N = k_0$, ce facteur est de 2,7 dans le cas du potentiel de Yukawa (III.13), de 3,2 dans le cas du potentiel gaussien. Les rapports de convergence du tableau X sont multipliés par ces facteurs et deviennent respectivement égaux à 0,27 et 0,61. Il apparaît ainsi clairement que la convergence de la série de perturbation est due à l'action du principe de Pauli dans les états intermédiaires. Le facteur multiplicatif est 1,2 pour $k_N = 2k_0$ pour les deux potentiels considérés ; pour $k_N = 3k_0$, le principe de Pauli ne joue plus aucun rôle.

Le terme d'échange $\Re \mathcal{V}^{(2)}(E)$ se calcule facilement quand on néglige le principe d'exclusion. L'intégrale portant sur q (IV.18) n'est plus limitée à l'extérieur des deux sphères de rayon k_0 (fig. 5) ; elle est étendue à

tout l'espace. Dans le cas du potentiel gaussien, on obtient alors pour $\mathcal{V}^{(2)}(E)$:

$$\mathcal{V}^{(2)}(E) = \frac{2M^2}{\pi k_N \alpha^6} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}{16} \int_{\frac{k_N - k_0}{2}}^{\frac{k_N + k_0}{2}} p dp e^{-\frac{p^2}{2\alpha^2}} K(p) \times I(p) \quad (1)$$

où :

$$K(p) = -2p^2 + 2k_N p + \frac{k_0^2 - k_N^2}{\alpha} \quad (2)$$

et où $I(p)$ est une intégrale qui peut se calculer :

$$I(p) = \int_0^\infty \frac{q^2 dq \mathfrak{E}}{q^2 - p^2 - i} = \sqrt{\pi} \left[\frac{\alpha}{\sqrt{2}} - p e^{-\frac{p^2}{2\alpha^2}} \int_0^{\frac{p}{\alpha\sqrt{2}}} e^{t^2} dt \right] + \frac{i\pi p}{2} e^{-\frac{p^2}{2\alpha^2}}. \quad (3)$$

L'intégrale qui intervient à la dernière ligne est tabulée dans Jahnke et Emde (37). Le rapport $\frac{\mathcal{V}^{(2)}(E)}{\mathcal{V}^{(2)}(D)} \times \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2}{\text{Tr} \mathcal{O}^2 \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}$ est représenté en pointillé, dans le cas du potentiel imaginaire, sur la figure 9. Nous voyons qu'il n'est pas très différent, spécialement dans la région des hautes énergies, du même rapport calculé en tenant compte du principe de Pauli.

Dans le cas du potentiel réel, ce rapport, en l'absence du principe d'exclusion, est de 0,45 pour $k_N = k_0$, de -0,25 pour $k_N = 2k_0$, de -0,30 pour $k_N = 3k_0$. Les résultats obtenus pour le potentiel imaginaire nous laissent espérer que le rapport $\frac{\text{Re} \mathcal{V}^{(2)}(E)}{\text{Re} \mathcal{V}^{(2)}(D)} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2}{\text{Tr} \mathcal{O}^2 \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}$ ne sera pas

beaucoup modifié quand on tiendra compte du principe de Pauli.

Dans le cas du potentiel de Yukawa, on a, en l'absence du principe de Pauli :

$$\text{Im} \mathcal{V}(E) = \frac{4\wedge^2}{\pi \mu^2 k_N} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2 \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}{16} \cdot \int_{\frac{k_N - k_0}{2}}^{\frac{k_N + k_0}{2}} \frac{K(p)}{2p^2 + \mu^2} \text{Log} \frac{4p^2 + \mu^2}{\mu^2} dp \quad (4)$$

où $K(p)$ est défini par (2).

Les résultats numériques sont semblables à ceux qu'on obtient dans le cas du potentiel gaussien. Le rapport $\frac{\text{Im} \mathcal{V}^{(2)}(E)}{\text{Im} \mathcal{V}^{(2)}(D)} \frac{\text{Tr} \mathcal{O}^2}{\text{Tr} \mathcal{O}^2 \mathbf{P}_\sigma \mathbf{P}_\tau}$ calculé à l'aide de (4) est représenté par la courbe en pointillé de la figure 9.

Calcul de l'énergie de volume.

Il nous a paru intéressant de calculer, avec les potentiels que nous avons utilisés, l'énergie de volume de la matière nucléaire. Nous aurons ainsi à rendre compte d'une donnée expérimentale indépendante de celles que nous avons considérées jusqu'à présent. Pour le rayon

nucléaire que nous avons choisi, l'analyse des résultats expérimentaux conduit à une énergie de volume de -16 MeV (34). Pour la calculer, nous nous sommes servis, comme l'ont fait récemment plusieurs auteurs (20) (50), des travaux déjà anciens d'Euler (25) — qui utilise un potentiel gaussien — et de Huby (36), dont l'étude est faite avec un potentiel de Yukawa. A la densité normale, avec le potentiel gaussien (III.14), l'énergie de volume calculée par Euler se met sous la forme :

$$E_v = \left(18,1 + 75 \frac{Tr\mathcal{O}}{16} - 36 \frac{Tr\mathcal{O}P_\sigma P_\tau}{16} - 10 \frac{Tr\mathcal{O}^2}{16} + 5 \frac{Tr\mathcal{O}P_\sigma P_\tau}{16} \right) \text{ MeV.}$$

On a, pour les valeurs de λ et de μ considérées plus haut :

$$\begin{array}{ll} \lambda = -0,145 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu = 0,035 \\ (\beta = 0,64) \end{array} \right. & \begin{array}{l} E_v = -15 \text{ MeV} \\ E_v = -16 \end{array} \\ \lambda = -0,21 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu = 0,07 \\ (\beta = 0,89) \end{array} \right. & E_v = -13 \\ \lambda = -0,21 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu = 0,267 \\ (\beta = 0,89) \end{array} \right. & E_v = -13,5 \\ \lambda = -0,31 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu = 0,267 \\ (\beta = 0,89) \end{array} \right. & E_v = -9,5 \end{array}$$

Les meilleures valeurs de l'énergie de volume correspondent à une valeur de λ ($\lambda = -0,145$) qui donne des valeurs inacceptables pour le potentiel réel (fig. 7).

On rend bien compte du potentiel réel avec $\lambda = -0,21$, et du potentiel imaginaire avec $\mu = 0,267$. La valeur correspondante de E_v n'est pas mauvaise puisqu'elle ne s'écarte de la valeur expérimentale que de $2,5$ MeV.

Comme nous l'avons dit, la matière nucléaire n'est pas stable pour cette valeur de λ . Pourtant, on peut noter que l'effondrement du noyau n'est pas très brutal, puisque, quand la densité est multipliée par $2,2$, l'énergie de volume est à peine doublée. Il suffira donc, pour prévenir l'affaiblissement du noyau, d'une force répulsive relativement modeste.

Dans le cas $\lambda = 0,31$, on obtient la stabilité nucléaire pour une valeur de la densité très voisine de celle que nous avons considérée comme normale, mais l'énergie de volume obtenue est trop faible.

Nous avons utilisé les expressions données par Huby pour calculer l'énergie de volume à l'aide du potentiel de Yukawa (III.13) avec $\lambda = -0,25$ ($\mu = 0,75$) et $Tr\mathcal{O}^2 P_\sigma P_\tau = 0$. On obtient seulement -9 MeV pour l'énergie de volume qui croît rapidement avec la densité nucléaire.

Il est remarquable que le potentiel gaussien donne les meilleurs résultats à la fois pour le potentiel imaginaire et pour l'énergie de liaison.

CONCLUSION

Nous avons cherché, dans ce travail, à déduire des interactions nucléaires fondamentales les caractéristiques du potentiel optique. La complexité du problème nous a entraîné à faire deux séries d'hypothèses :

— Nous avons simplifié la description du noyau ; nous l'avons représenté par un gaz de Fermi infini ; nous avons considéré que, dans les états intermédiaires, les particules subissaient un potentiel moyen constant.

— Nous avons aussi schématisé l'interaction nucléon-nucléon : pour pouvoir utiliser la théorie des perturbations, nous avons été contraint de nous limiter à des potentiels réguliers qui ne sont valables qu'à basse énergie.

Nous avons pourtant, grâce à un potentiel gaussien central à forme radiale unique, obtenu les résultats suivants :

1) Nous avons rendu compte correctement des données aux basses énergies. Si on fixe la portée et la profondeur dans les états 1S et 3S de manière à reproduire exactement r_{0t} , a_s et a_t , on obtient $r_0 = 2,3$ f au lieu de $2,5 \pm 0,25$ f expérimentalement.

2) On rend assez bien compte du potentiel réel en fonction de l'énergie (fig. 7, courbe pour laquelle $\lambda = -0,21$, $\mu = 0,267$).

3) On reproduit très bien la variation du potentiel imaginaire avec l'énergie (fig. 10, courbe pour laquelle $\mu = 0,267$).

4) On obtient, pour l'énergie de volume, la valeur de $-13,5$ MeV au lieu des -16 MeV fournis par l'expérience.

5) Ce potentiel possède deux caractéristiques essentielles au succès du modèle des couches en couplage intermédiaire (43, p. 167) : le rapport de la profondeur du potentiel nucléon-nucléon dans l'état singulet et de l'état triplet est de l'ordre de 0,6 ; il y a une importante force de Majorana attractive. En fait, l'opérateur d'échange qui nous a fourni les résultats que nous venons d'énumérer se rapproche beaucoup de la mixture de Rosenfeld (49) couramment utilisée en théorie du couplage intermédiaire.

La petitesse du rapport de convergence (tableau X) semble indiquer que, dans le cadre des hypothèses que nous avons faites, notre calcul est correct.

Nous avons réussi à relier entre eux un certain nombre de faits expérimentaux. Ce succès ne doit pas dissimuler le fait que nous n'avons pas réussi à calculer le potentiel optique en fonction d'interactions fondamentales qui soient réalistes.

BIBLIOGRAPHIE

- 1) K. ADAIR. — *Rev. Mod. Phys.*, 1950, **22**, 240.
- 2) BARSHALL. — *Phys. Rev.*, 1952, **86**, 431.
- 3) BECK et HORSLEY. — *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1935, A **150**, 709.
- 4) H. A. BETHE. — *Phys. Rev.*, 1935, **47**, 747.
- 5) H. A. BETHE. — *Phys. Rev.*, 1956, **103**, 1553.
- 6) BIRGE, KRUSE et RAMSEY. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 273.
- 7) BJORKLUND, FERNBACH et SHERMAN. — *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 1832.
- 8) BLATT et JACKSON. — *Phys. Rev.*, 149, **76**, 18.
- 9) C. BLOCH. — *Nuclear physics*, 1957, **3**, 137.
- 10) N. BOHR. — *Nature*, 1936, **136**, 344.
- 11) BRUECKNER, LEVINSON et MAHMOUD. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 217.
- 12) BRUECKNER, EDEN et FRANCIS. — *Phys. Rev.*, 1955, **100**, 891.
- 13) BRUECKNER et LEVINSON. — *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1344.
- 14) K. A. BRUECKNER. — *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1352.
- 15) K. A. BRUECKNER. — *Phys. Rev.*, 1956, **103**, 172.
- 16) K. A. BRUECKNER. — *Phys. Rev.*, 1956, **100**, 36.
- 17) CINI et FUBINI. — *Nuovo Cim.*, 1955, **10**, 75.
- 18) CLEMENTEL et VILLI. — *Nuovo Cim.*, 1955, **10**, 176.
- 19) CULLER, FERNBACH et SHERMAN. — *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 273.
- 20) C. DE DOMINICIS et P. MARTIN. — *Phys. Rev.*, 1957, **105**, 1417.
- 21) DRELL et HUANG. — *Phys. Rev.*, 1951, **91**, 1527.
- 22) S. D. DRELL. — Communication privée.
- 23) DRELL et VERLET. — *Phys. Rev.*, 1955, **99**, 849.
- 24) R. EDEN. — *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1956, A **253**, 408.
- 25) H. EULER. — *Z. Phys.*, 1937, **105**, 553.
- 26) E. FERMI et al. — *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1935, A **150**, 709.
- 27) FERNBACH, SERBER et TAYLOR. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1352.
- 28) FERNBACH, HECKROTTE et LEPORE. — *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1059.
- 29) FESHBACH, PORTER et WEISSKOPF. — *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 448.
- 30) FESHBACH et LOMON. — *Phys. Rev.*, 1956, **102**, 891.
- 31) FISHER et GOLDBABER. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 1350.
- 32) FRANCIS et WATSON. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 291.
- 33) FRIEDMAN et WEISSKOPF dans *Niels Bohr and the development of Physics*. Pergamon Press (London), 1955.
- 34) A. E. S. GREEN. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 1006.
- 35) R. HOFSTADTER. — *Rev. Mod. Phys.*, 1956, **28**, 214.
- 36) R. HUBY. — *Proc. Phys. Soc. (London)*, 1949, A **62**, 62.
- 37) JAHNKE et EMDE. — *Funktionen Tafeln*. Dover (N. Y.), 1945.
- 38) JASTROW et STERNHEIMER. — *Phys. Rev. (A paraître)*.
- 39) LANE, THOMAS et WIGNER. — *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 693.
- 40) LANE et VERLET. — *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 693.
- 41) LANE et WANDELL. — *Phys. Rev.*, 1955, **100**, 956.
- 42) A. M. LANE. — *Rev. Mod. Phys.*, 1957, **29**, 191.
- 43) A. M. LANE. — *The nuclear shell model*, cours polycopié, Oak Ridge.
- 44) MANDL et SKYRME. — *Phil. Mag.*, 1953, **44**, 1028.
- 45) MELKANOFF, MOZKOWSKI, NODVIK et SAXON. — *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 57.

- (46) MOTT et MASSEY. — *Theory of Atomic Collisions*. Oxford Press, 1949.
- (47) PANOFKY et FILLMORE. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 57.
- (48) PERRIN et ELSASSER. — *J. de Phys.*, 1935, **6**, 195.
- (49) L. ROSENFELD. — *Nuclear Forces*. North Holland Pub., 1948.
- (50) W. SWIATECKI. — *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 1321.
- (51) TAKEDA et WATSON. — *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1336.
- (52) T. B. TAYLOR. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 831.
- (53) TAYLOR, LÖNSJÖ et BONNER. — *Phys. Rev.*, 1956, **100**, 174.
- (54) TEICHMANN et WIGNER. — *Phys. Rev.*, 1952, **87**, 123.
- (55) R. G. THOMAS. — *Phys. Rev.*, 1954, **97**, 224.
- (56) E. VOGT. — *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 1792.
- (57) WATANABE. — *Z. Phys.*, 1939, **113**, 482.
- (58) K. M. WATSON. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 575.
- (59) E. P. WIGNER. — *Ann. Math.*, 1951, **53**, 36.
- (60) E. P. WIGNER. — *Ann. Math.*, 1952, **55**, 7.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Propriétés d'un gaz de sphères dures.

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 13 juin 1957.

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. PÉRÈS.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

JEAN SARRAILH

